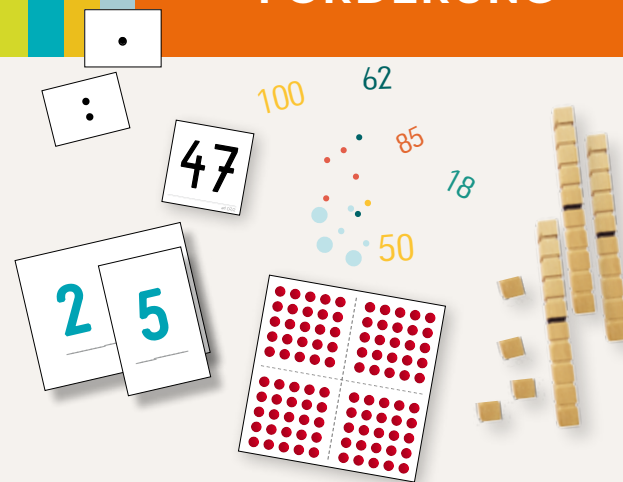


Multiplikative Rechenoperationen (Multiplikation und Division) ZR100

FÖRDERUNG

Rechenschwierigkeiten vermeiden –
mathematisches Denken entwickeln und fördern



Interreg
AUSTRIA-HUNGARY



Co-funded by
the European Union

BOUNCE BACK

A COMPETENT BORDER REGION



Impressum

Herausgeber und Medieninhaber:

Bildungsdirektion für Wien – Wipplingerstraße 28, 1010 Wien

Erarbeitung (2025) im Zuge des EFRE geförderten

EU-Interreg Projektes ATHU-0100007, BOUNCE BACK:

Susanne Eibl

Ingrid Polak

Elisabeth Rudas

Gesamtleitung:

Europa Büro der Bildungsdirektion für Wien

Clara Lindner

Design: grafikatelier laufwerk

Druck: print+marketing, Schaffer-Steinschütz Ges.m.b.H

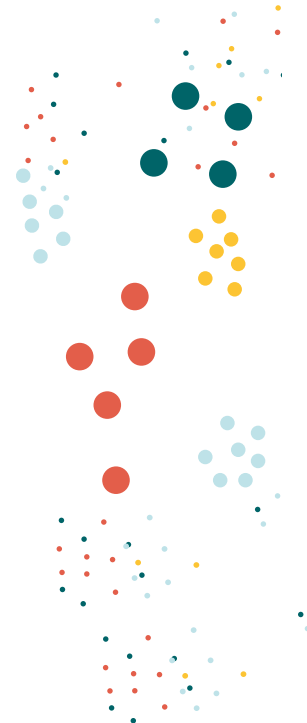
Alle Rechte vorbehalten

© 2025, Bildungsdirektion für Wien

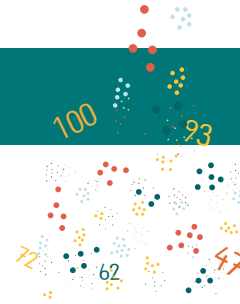
Sämtliche in der ZR100 BOX Mathematik enthaltenen Materialien stehen unter

<https://europabuero.wien/zr100boxmathematik> als Download zur Verfügung.

Für die Inhalte der Webseiten Dritter, auf die in dieser Publikation hingewiesen wird, übernehmen wir keine Haftung, da wir uns diese nicht zu eigen machen, sondern lediglich auf deren Stand zum Zeitpunkt der Erstveröffentlichung verweisen.



Inhalt

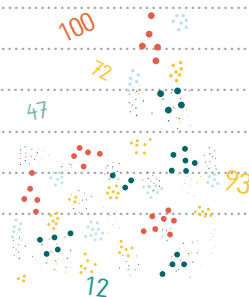


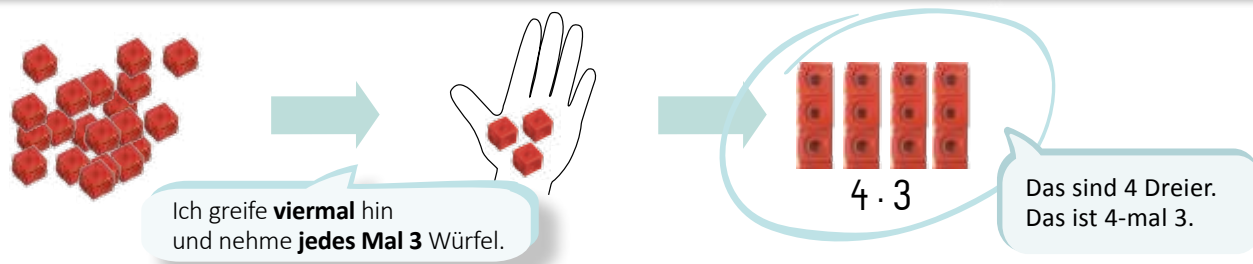
Förderung Multiplikation und Division im Zahlenraum 100

○ Operationsverständnis Multiplikation – Wiederholende Handlung	Karte MR/1
○ Operationsverständnis Multiplikation – Zusammenfassen (Erarbeitung)	Karte MR/2
○ Operationsverständnis Multiplikation – Zusammenfassen (Vertiefen)	Karte MR/3
○ Operationsverständnis Multiplikation – Multiplikationen in Bildern entdecken	Karte MR/4
○ Multiplikationsverständnis vertiefen – „um einmal mehr/um einmal weniger“	Karte MR/5
○ Multiplikationsverständnis vertiefen – Verdoppeln/Halbieren	Karte MR/6
○ Operationsverständnis Multiplikation – Vergleichen	Karte MR/7
○ Rechenstrategie Zehnerbündelung – Aufgaben mit 10-mal	Karte MR/8
○ Rechenstrategie Verdoppeln – Aufgaben mit 2-mal	Karte MR/9
○ Rechenstrategie Halbieren – Aufgaben mit 5-mal	Karte MR/10
○ Rechenstrategie „um einmal weniger“ – Aufgaben mit 9-mal	Karte MR/11
○ Rechenstrategie „um einmal mehr“ – Aufgaben mit 6-mal	Karte MR/12
○ Rechenstrategie „um einmal mehr“ – Aufgaben mit 3-mal	Karte MR/13
○ Rechenstrategie Verdoppeln – Aufgaben mit 4-mal	Karte MR/14
○ Rechenstrategie Tauschaufgabe	Karte MR/15
○ Multiplikationen mit 1 und 0	Karte MR/16

Inhalt

○ Multiplikationen und ihre Rechenstrategien automatisieren bzw. $7 \cdot 7$, $8 \cdot 8$, $7 \cdot 8/8 \cdot 7$	Karte MR/17
○ Multiplikationen und Sachaufgaben	Karte MR/18
○ Ausblick: Multiplizieren mit 10 und 100	Karte MR/19
○ Operationsverständnis Division – Teilen	Karte MR/20
○ Operationsverständnis Division vertiefen – Teilen mit Rest	Karte MR/21
○ Operationsverständnis Division – Messen	Karte MR/22
○ Operationsverständnis Division vertiefen – Messen mit Rest	Karte MR/23
○ Division als Umkehraufgabe der Multiplikation (ohne Rest)	Karte MR/24
○ Division als Umkehraufgabe der Multiplikation (mit Rest)	Karte MR/25
○ Umkehraufgaben und Tauschaufgaben im Punktefeld	Karte MR/26
○ Divisionen im Zahlenraum 20 berechnen	Karte MR/27
○ Divisionen im Zahlenraum 100 berechnen	Karte MR/28
○ Divisionen mit Rest berechnen – Erarbeitung	Karte MR/29
○ Divisionen mit Rest berechnen – Automatisieren	Karte MR/30
○ Divisionen und Sachaufgaben	Karte MR/31
○ Ausblick: Dividieren durch 10 und 100	Karte MR/32
○ Sachaufgaben – Rechenoperationen finden	Karte MR/33
○ Sachaufgaben – Mathematische Informationen	Karte MR/34





Wichtiges Wissen

Der Alltagsbegriff „mal“ ist den Kindern oft bekannt (z.B. viermal springen, noch dreimal schlafen, etc.). Dieser Alltagsbegriff hat aber noch keinen mathematischen Bezug, da keine Bündelung stattfindet. Für die Multiplikation wird immer eine **gleiche Menge gebündelt**: Drei Würfel werden zu einem „Dreier“ zusammengesteckt. Dieselbe gebündelte Menge wird nacheinander wiederholt aufgelegt – eine Menge wird **vervielfacht**: Da liegen vier Dreier. Das ist 4-mal 3. In dieser Phase der Erarbeitung geht es NICHT um das Berechnen von Ergebnissen, sondern um die Handlung und die sprachliche Beschreibung des Vervielfachens. Dementsprechend kann das Multiplikationsverständnis bereits parallel zur Erarbeitung des Zahlenraums 100 handelnd aufgebaut werden.

Stolpersteine vermeiden

Die Grundlage für die Entwicklung des Multiplikationsverständnisses ist ein gesichertes Mengenverständnis:

Mengen quasi-simultan erfassen ZR10/8 bzw. ZR10/13

Strukturierte Mengendarstellung ZR10/13

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Um die verkürzte Sprechweise „4-mal 3“ zu verdeutlichen, werden die gleichen Mengen in wiederholter Handlung strukturiert aufgelegt und die konkrete Handlung wird sprachlich begleitet. Dieser Prozess unterstützt den Aufbau innerer Vorstellungsbilder zur Multiplikation und ist die Voraussetzung für die Erarbeitung und Anwendung von Rechenstrategien*.

„Ich greife viermal hin und nehme jedes Mal drei Würfel.“ – „Das sind 4 Dreier.“ – „4-mal 3“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel

Sprache: zusammenstecken/stecke zusammen, der Zweier, der Dreier, ...; Wie oft mal? 2-mal, 3-mal, ...

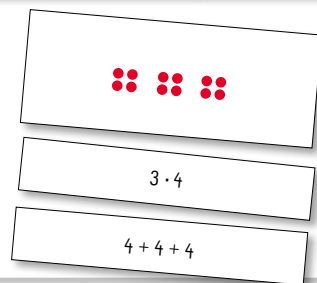
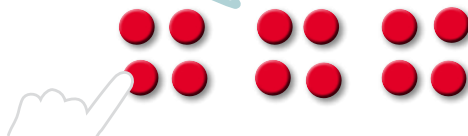
- Handlung:**
- Handlung des Vervielfachens mit einer **ausführlichen sprachlichen Begleitung**
L: „Greife 3-mal in den Würfelhaufen. Nimm jedes Mal fünf Würfel und stecke immer fünf Würfel zu einem Fünfer zusammen.“
L: „Wie oft mal liegt hier ein Fünfer?“ – K: „Da liegt 3-mal ein Fünfer.“ – L: „Da sind 3-mal fünf.“
 - Handlung des Vervielfachens mit einer **verkürzten sprachlichen Begleitung**
L: „Hole 5-mal vier Würfel!“ Das Kind holt jedes Mal vier Würfel und steckt diese zu einem Vierer.
L: „Wie oft mal liegt hier ein Vierer?“ – K: „Da liegt 5-mal ein Vierer. Ich sehe 5-mal vier.“
 - **Handlung beschreiben**
Die Lehrperson legt vor das Kind fünf Zweier (aus Steckwürfeln).
L: „Was habe ich gemacht?“ – K: „Du hast 5-mal einen Zweier gelegt. Ich sehe 5-mal zwei.“
 - **Bildliche Darstellung** – Die Handlung wird zeichnerisch dargestellt.
Zuerst wird eine Malrechnung mit Würfeln gelegt und anschließend mit sprachlicher Begleitung ins Heft gezeichnet.
K: „Ich zeichne einmal vier, noch einmal vier und noch einmal vier. Ich zeichne 3-mal einen Vierer. Ich zeichne 3-mal vier.“
 - **Symbolische Darstellung** – Die Malrechnung wird notiert (ohne Ergebnis).
Eine Malrechnung wird gelegt und beschrieben, z.B. „Ich lege 3-mal einen Sechser. Das ist 3-mal sechs.“
L: „Für das Wort „mal“ schreiben die Mathematiker und Mathematikerinnen einen Punkt.“ Die Lehrperson schreibt „ $3 \cdot 6$.“
L: „Lege mit Würfeln die Malrechnung 3-mal 5!“
Das Kind legt die drei Fünfer strukturiert auf.
L: „Zeichne die Aufgabe in dein Heft und schreibe die Rechnung.“

Variante: • Malrechnungen mit rot-blauen Plättchen strukturiert legen und beschreiben

So kann es WEITER gehen!

- Operationsverständnis Multiplikation – Zusammenfassen [MR/2](#) und [MR/3](#)
- Operationsverständnis Multiplikation – Multiplikationen in Bildern entdecken [MR/4](#)

Ich sehe vier und vier und vier.
Ich sehe drei Vierer.
Ich sehe 3-mal 4.



Wichtiges Wissen

Das Verständnis der Multiplikation als wiederholende Handlung wird um das Verständnis der Multiplikation als Zusammenfassen erweitert. Dabei muss bei einer Gesamtmenge die Bündelung gleichmächtiger Mengen erkannt werden. In der Phase der Erarbeitung sind die Bündelungen eindeutig erkennbar (siehe Bild). Wird dieses Verständnis vertieft, muss diese Bündelung selbständig erkannt und interpretiert werden (siehe Multiplikation – Zusammenfassen (Vertiefung) [MR/3](#)). Durch die bildliche Darstellung und die sprachliche Beschreibung des Vervielfachens wird zusätzlich der Zusammenhang zwischen Multiplikation und Addition bewusst gemacht. Das Verständnis der **Multiplikation** als verkürzte Form der **Addition gleichmächtiger Mengen** (z.B. $4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4$) wird aufgebaut. Bei diesen Aufgaben geht es NICHT um das Berechnen von Ergebnissen.

Stolpersteine vermeiden

Die Multiplikation wird als wiederholende Handlung verstanden [MR/1](#). Auftretende Fehler werden aufgegriffen, um das Verständnis zu klären.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Multiplikative Strukturen werden in bildlichen Darstellungen entdeckt und beschrieben:

„Ich sehe vier und noch einmal vier und noch einmal vier. Ich sehe drei Vierer. Ich sehe 3-mal vier.“

Lange Additionen werden bewusst in Multiplikationen übersetzt, z.B. $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 5 \cdot 3$.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Punktebild* mit Bündelung, Rechnungen zu den Punktebildern

Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., 2-mal, 3-mal, ...,
die Malrechnung, die Multiplikation, die Plusrechnung, die Addition;
„Ich sehe drei Fünfer“. Wie oft mal siehst du ___? Ich sehe ___-mal einen ___.

Handlung: • Ein Punktebild mit Bündelung wird gezeigt und beschrieben:

K: „Ich sehe drei und drei und drei und drei und drei.“

L: „Wie oft mal siehst du drei?“ – K: „Ich sehe 5-mal einen Dreier.“

L: „Wie heißt die Malrechnung dazu?“ – K: „5-mal 3.“

L: „Kannst du auch eine Plusrechnung dazu finden?“ – K: „ $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ “

• Das Kind zeichnet ein Punktebild mit Bündelung ins Heft und notiert die Multiplikation und die Addition dazu.

• Eine Malrechnung wird gezeigt oder genannt.

Das Kind sucht das passende Bild dazu oder zeichnet das passende Bild in das Heft.

Zusätzlich wird auch die Addition notiert.

• Eine lange Addition wird gezeigt, z.B. $6 + 6 + 6 + 6$

L: „Kannst du zu dieser langen Addition auch eine Multiplikation finden?“

K: „Das sind 4 Sechser. Das ist 4-mal 6.“

Das entsprechende Punktebild kann dazu gefunden oder auch gezeichnet werden.

So kann es WEITER gehen!

- Operationsverständnis Multiplikation – Zusammenfassen (Vertiefen) MR/3
- Operationsverständnis Multiplikation – Multiplikationen in Bildern entdecken MR/4



Wichtiges Wissen

Nachdem das Verständnis der Multiplikation als Zusammenfassen gleichmächtiger Mengen erarbeitet wurde, wird es nun vertieft, indem die Bündelungen selbständig erkannt und interpretiert werden müssen. Hier gibt es zwei unterschiedliche Betrachtungsmöglichkeiten: Der Blick auf die Zeile: In einer Zeile sind 4 Punkte. Es sind 3 Zeilen. Also 3-mal 4.

Der Blick auf die Spalte: In einer Spalte sind 3 Punkte. Es sind 4 Spalten. Also 4-mal 3. Für ein tragfähiges Multiplikationsverständnis ist es in dieser Phase **wichtig**, sich **auf einen Blick zu einigen** und zunächst dabei zu bleiben!

Bei diesen Aufgaben geht es NICHT um das Berechnen von Ergebnissen.

Stolpersteine vermeiden

Die Multiplikation wird als wiederholende Handlung verstanden MR/1.

Das Verständnis der Multiplikation als Zusammenfassen ist erarbeitet MR/2.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Fragen werden genutzt, um die multiplikative Struktur der Punktefelder* bewusst zu machen: „Wie viele Punkte sind in einer Zeile?“ – „Wie viele Zeilen sind es?“ z.B. auch: „Zeige mir einen Vierer!“ – „Wie viele Vierer sind es?“ Um das Verständnis zu vertiefen, kann immer wieder gefragt werden: „Wie hast du gedacht?“ – „Erkläre, wie du die Malrechnung in diesem Bild siehst!“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Punktefelder*, Rechnungen zu den Punktefeldern, Kopiervorlage Hundertpunktefeld (KV 19)

Sprache: die Zeile/die Zeilen, der Punkt/die Punkte, der Zweier, der Dreier, ..., 2-mal, 3-mal, ...,
die Malrechnung, die Multiplikation, die Plusrechnung, die Addition;
Wie viele Punkte sind in einer Zeile? In einer Zeile sind __ Punkte.
Wie viele Zeilen sind es? Das sind __ Zeilen.
Ich sehe __. Das sind __.

Handlung: • Ein Punktefeld wird gezeigt und beschrieben.

L: „Das ist eine Zeile und das ist eine Zeile.“ – Die Lehrperson streicht mit dem Finger über die einzelnen Zeilen.

L: „Wie viele Punkte sind in einer Zeile?“ – K: „In einer Zeile sind 4 Punkte.“

L: „Wie viele Zeilen sind es?“ – K: „Da sind 3 Zeilen.“

L: „Kannst du zu dem Bild eine Malrechnung finden?“

K: „Ich sehe drei Vierer. Das ist 3-mal 4.“

- Zu einem Punktebild* eine Malrechnung finden.
- Zu einer Malrechnung ein passendes Punktebild zeichnen.
- Eine Malrechnung wird vorgegeben.

Aus einem Hundertpunktefeld wird das passende Punktefeld ausgeschnitten, ins Heft geklebt und die Malrechnung wird notiert.

Zur Unterstützung kann mit Bleistift das passende Punktefeld vor dem Ausschneiden eingezeichnet werden.

Variante: • Mehrere Punktefelder und Malrechnungen werden einander zugeordnet.

So kann es WEITER gehen!

- Operationsverständnis Multiplikation – Multiplikationen in Bildern entdecken MR/4
- Multiplikationsverständnis vertiefen – „um einmal mehr / um einmal weniger“ MR/5

Multiplikation und Division im Zahlenraum 100

Operationsverständnis Multiplikation – Multiplikationen in Bildern entdecken

FÖRDERUNG **MR/4**



Wichtiges Wissen

Multiplikative Strukturen werden in der Umwelt entdeckt und beschrieben. Dafür müssen die Bündelungen selbständig erkannt und interpretiert werden. Bei diesen Aufgaben geht es NICHT um das Berechnen von Ergebnissen, sondern um das Erkennen von multiplikativen Strukturen in bildlichen Darstellungen.

Stolpersteine vermeiden

Das Verständnis der Multiplikation als „Zusammenfassen“ ist erarbeitet und vertieft [MR/2](#) und [MR/3](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Mit dem mathematischen Blick werden unterschiedliche multiplikative Strukturen in der Umwelt entdeckt und beschrieben. In einem Gesamtbild, z.B. Fassade eines Hauses, werden Bündelungen erkannt, z.B. in einem Stockwerk sind 5 Fenster, und eine Malrechnung wird formuliert: „*Das Haus hat 3 Stockwerke. In jedem Stockwerk sind 5 Fenster. Also sind es 3-mal 5 Fenster.*“



So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Bilder mit multiplikativer Struktur

Sprache: Wortschatz zum Beschreiben von multiplikativen Strukturen in der Umwelt. Ich sehe 2-mal/3-mal, ...

Handlung: • Ein Bild wird gezeigt und beschrieben, z.B. das Bild mit den Händen

K: „Ich sehe viele Hände.“

L: „Wie viele Hände sind es?“ – K: „Es sind 6 Hände.“

L: „Kannst du eine Malrechnung nennen, die zu dem Bild passt?“ – K: „Eine Hand hat 5 Finger. Es sind 6 Hände, also 6-mal 5.“

- Ein Bild wird gezeigt und eine passende Malrechnung wird von der Lehrperson aufgeschrieben, z.B. das Bild mit den Büchern. Die Lehrperson schreibt $2 \cdot 5$ und fragt: „Warum passt diese Rechnung zum Bild?“

K: „Da sind zwei Stapel Bücher. Jeder Stapel hat 5 Bücher. Das ist 2-mal 5.“

- Drei Bilder werden vor das Kind gelegt. Eine Rechnung wird notiert. Das Kind findet das passende Bild und erklärt, warum dieses zu der Rechnung passt.
- Mehrere Bilder und Rechnungen werden aufgelegt und einander zugeordnet.
- Die Kinder entdecken Multiplikationsstrukturen in der Umwelt, beschreiben diese sprachlich und dokumentieren sie durch Zeichnen oder Fotografieren. Die passenden Malrechnungen werden notiert.

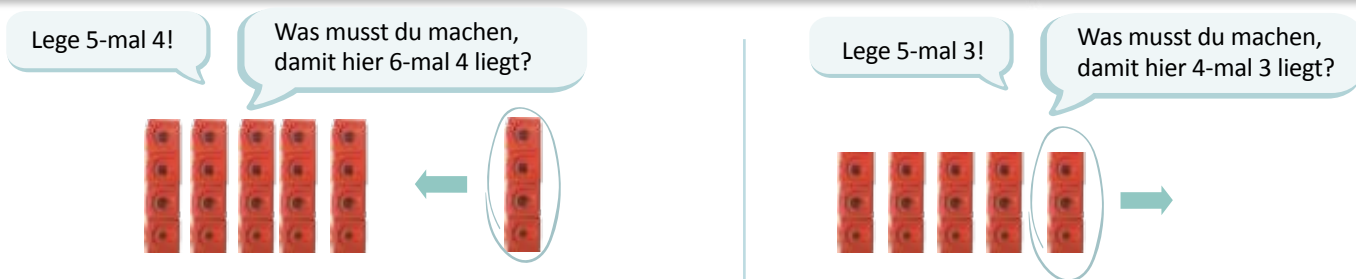
So kann es WEITER gehen!

- Multiplikationsverständnis vertiefen – „um einmal mehr/um einmal weniger“ MR/5
- Multiplikationsverständnis vertiefen – Verdoppeln/Halbieren MR/6

Multiplikation und Division im Zahlenraum 100

Multiplikationsverständnis vertiefen – „um einmal mehr / um einmal weniger“

FÖRDERUNG **MR/5**



Wichtiges Wissen

Um Zusammenhänge von Multiplikationen erkennen zu können, werden Malrechnungen handelnd mit Material verändert. (z.B. Aus 5-mal 4 mach 6-mal 4!) Dies ist eine Voraussetzung, um zu einem späteren Zeitpunkt Multiplikationen vernetzt lösen zu können. In dieser Phase der Erarbeitung geht es noch immer NICHT um das Berechnen von Ergebnissen, sondern um die Handlung und die sprachliche Beschreibung der Veränderung bzw. des Zusammenhangs von Malrechnungen.

Stolpersteine vermeiden

Operationsverständnis Multiplikation – Wiederholende Handlung [MR/1](#)

Operationsverständnis Multiplikation – Zusammenfassen [MR/2](#) und [MR/3](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Malrechnungen werden gelegt und verändert: um einmal mehr bzw. um einmal weniger.

Durch das sprachliche Begleiten werden die Zusammenhänge und die Veränderungen bewusst gemacht.

Dieses Verständnis wird durch zahlreiche Wiederholungen anhand verschiedener Aufgaben erarbeitet und vertieft (siehe Handlung).

So kann es gehen!

Material: Steckwürfel

Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., noch einmal, um einmal mehr, um einmal weniger;
Ich lege noch einen __ dazu. Jetzt liegen hier __. Das ist __-mal __.
Ich nehme einen __ weg. Jetzt liegen hier nur noch __.

Handlung: • „Um einmal mehr“

L: „Lege die Malrechnung 5-mal 4!“ – L: „Was musst du machen, damit hier 6-mal 4 liegt?“

K: „Ich lege noch einmal 4 dazu. Ich lege noch einen Vierer dazu. Jetzt liegen hier 6 Vierer. Das ist 6-mal 4.“

Auch andere Aufgaben werden so bearbeitet.

- Vielfältige Wiederholungen handelnd durchführen und sprachlich begleiten.
Z.B. um einmal mehr: Aus 3-mal 8 mache 4-mal 8! Aus 5-mal 6 mache 6-mal 6! Aus 4-mal 2 mache 5-mal 2!

• „Um einmal weniger“

L: „Lege die Malrechnung 5-mal 3!“ – L: „Was musst du machen, damit hier nur 4-mal 3 liegt?“

K: „Ich nehme einen Dreier weg. Jetzt sind es nur noch 4 Dreier. Das ist 4-mal 3.“

- Vielfältige Wiederholungen handelnd durchführen und sprachlich begleiten.
Z.B. um einmal weniger: Aus 10-mal 3 mache 9-mal 3! Aus 5-mal 8 mache 4-mal 8!

Variante: Legen von Malrechnungen mit Plättchen

- Malrechnungen werden mit Plättchen gelegt und wie oben beschrieben verändert.
Dabei ist darauf zu achten, dass die Plättchen gebündelt aufgelegt werden und die Plättchen als gebündelte Menge, z.B. als Dreier, hinzugefügt oder weggenommen werden.

So kann es WEITER gehen!

- Rechenstrategie „um einmal weniger“ – Aufgaben mit 9-mal [MR/11](#)
- Rechenstrategie „um einmal mehr“ – Aufgaben mit 6-mal [MR/12](#)
- Rechenstrategie „um einmal mehr“ – Aufgaben mit 3-mal [MR/13](#)

Das ist 2-mal 3.



Ich lege die gleiche Aufgabe noch einmal.
Dann liegen hier 2-mal 3 und noch einmal 2-mal 3.
Zusammen ist das 4-mal 3.



Verdoppeln

Das ist 6-mal 4.



Ich verteile 6-mal 4 an zwei Personen.
Jeder bekommt 3-mal 4.



Halbieren



Wichtiges Wissen

Um Zusammenhänge von Multiplikationen erkennen zu können, werden Malrechnungen handelnd mit Material verändert. Eine gebündelt dargestellte Menge wird verdoppelt oder halbiert (siehe Bild).

Dies ist eine Voraussetzung, um zu einem späteren Zeitpunkt Multiplikationen vernetzt lösen zu können.

In dieser Phase der Erarbeitung geht es noch immer NICHT um das Berechnen von Ergebnissen, sondern um die Handlung und die sprachliche Beschreibung der Veränderung bzw. des Zusammenhangs von Malrechnungen.

Stolpersteine vermeiden

Die Begriffe „das Doppelte, verdoppeln, die Hälfte, halbieren“ sind erarbeitet und werden richtig angewandt ZR10/32, ZR10/33.

Operationsverständnis Multiplikation – Zusammenfassen MR/2 und MR/3

Operationsverständnis vertiefen – „um einmal mehr / um einmal weniger“ MR/5

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Malrechnungen werden gelegt und durch Verdoppeln und Halbieren verändert.

Durch das sprachliche Begleiten werden die Zusammenhänge und die Veränderungen bewusst gemacht.

Dieses Verständnis wird durch zahlreiche Wiederholungen anhand verschiedener Aufgaben erarbeitet und vertieft (siehe Handlung).

So kann es gehen!

Material: Steckwürfel

Sprache: das Doppelte, verdoppeln, die Hälfte, halbieren, aufteilen/teile auf;
Das Doppelte von ___ ist ___. Die Hälfte von ___ ist ___.

Handlung: • **Verdoppeln**

L: „Lege die Malrechnung 2-mal 6!“

L: „Lege die gleiche Aufgabe noch einmal!“

Nun werden die beiden Teilmengen und die Gesamtmenge beschrieben.

K: „Hier liegt 2-mal 6 und hier liegt auch 2-mal 6. Zusammen liegt hier 4-mal 6.“

L: „Das Doppelte von 2-mal ist 4-mal.“

- Vielfältige Wiederholungen handelnd durchführen und sprachlich begleiten.

Z.B. Verdoppeln: Lege das Doppelte von 2-mal 4! Lege das Doppelte von 5-mal 3! Lege das Doppelte von 3-mal 6!

- **Halbieren**

L: „Lege die Malrechnung 6-mal 4!“ – L: „Teile die Menge auf dich und mich auf!“

Nun wird die Gesamtmenge auf zwei Teilmengen aufgeteilt und die Teilmengen werden beschrieben.

K: „Zusammen liegt hier 6-mal 4. Jetzt hast du 3-mal 4 und ich habe 3-mal 4.“

L: „Die Hälfte von 6-mal ist 3-mal.“

- Vielfältige Wiederholungen handelnd durchführen und sprachlich begleiten.

Z.B. Halbieren: Teile 4-mal 8 auf dich und mich auf! Halbiere 10-mal 4! Halbiere 10-mal 3! Halbiere 8-mal 2!

So kann es WEITER gehen!

- Rechenstrategie Verdoppeln – Aufgaben mit 2-mal [MR/9](#)
- Rechenstrategie Halbieren – Aufgaben mit 5-mal [MR/10](#)
- Rechenstrategie Verdoppeln – Aufgaben mit 4-mal [MR/14](#)

Ich habe 4.



Ich habe dreimal so viel.



Wichtiges Wissen

Das Operationsverständnis der Multiplikation als Vergleichen ist aus dem Alltag bekannt: z.B. „*Ich kann das zehnmal besser!*“ „*Ich habe zehnmal so viel.*“ Diese Alltagssprachlichen Aussagen werden durch mathematisches Verständnis erweitert, indem Aufgaben des Vergleichens („*Ich habe dreimal so viel.*“) als Multiplikation bewusst gemacht werden. Über Handlung und Sprache wird verdeutlicht, dass hier nicht mit einer Menge hantiert wird, sondern zwei Mengen miteinander verglichen werden: „*Du hast 4 Sticker.* *Ich habe 3-mal so viele Sticker.*“ (siehe Bild)

Stolpersteine vermeiden

Der Malbegriff, z.B. 3-mal, kann handelnd umgesetzt werden [MR/1](#) und [MR/6](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Die Beziehung zwischen zwei Mengen wird verdeutlicht, indem jede Menge einer Person zugeordnet wird.

Die sprachliche Beschreibung der Handlung unterstützt den Verständnisaufbau.

„*Du hast 5. Ich habe 3-mal so viel. Ich habe 3-mal 5.*“

So kann es gehen!

Material: Steckwürfel

Sprache: 2-mal so viel, 3-mal so viel ,..., das Doppelte, das Dreifache, das Vierfache, ...

Handlung: • *L: „Gib mir 4 Würfel!“ – „Nimm dir 3-mal so viel!“* Das Kind legt 3-mal 4 Würfel gebündelt vor sich hin (siehe Bild).

L: „Kannst du zu deinen Würfeln eine Malrechnung finden?“

K: „Da liegen 3-mal 4 Würfel. Das ist 3-mal 4.“

- Begriffsklärung: das Dreifache, das Vierfache,...

L: „Gib mir 5 Würfel.“ – „Nimm dir das Dreifache. Das ist 3-mal so viel wie bei mir.“ Das Kind legt die Würfel auf.

L: „Kannst du zu den Würfeln eine Malrechnung finden?“

K: „Da liegen 3-mal 5 Würfel. Das ist 3-mal 5.“

- Begriffsklärung: das Doppelte als Malrechnung, vgl. auch [MR/9](#)

*L: „Gib mir 7 Würfel.“ – „Nimm dir das **Doppelte**.“* Das Kind legt die Würfel auf.

L: „Kannst du zu den Würfeln eine Malrechnung finden?“

*K: „Da liegen 2-mal 7 Würfel. Das ist **2-mal 7**.“*

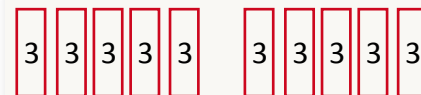
So kann es WEITER gehen!

- Malrechnungen berechnen (siehe Rechenstrategien*)
- Aufgaben zu den **verschiedenen Aspekten** der Multiplikation bearbeiten: wiederholende Handlung, Zusammenfassen
- Vergleichen vgl. Sachaufgaben – Rechenoperationen finden [MR/33](#)
- Sachaufgaben – Mathematische Informationen [MR/34](#)

Da sind 10 Dreier.
Das ist 10-mal 3.



So sehe ich
10 und 10 und 10.



$$10 \cdot 3 = \underline{\quad}$$



Wichtiges Wissen

Erst wenn das Operationsverständnis der Multiplikation ausreichend entwickelt ist, werden Malrechnungen auch ausgerechnet. Ergebnisse werden nicht auswendig gelernt, sondern Aufgaben werden mit mathematischem Bezug (z.B. $10 \cdot 3$ bedeutet 10-mal ein Dreier) durch vernetztes Denken gelöst.

Auf diese Weise werden **Rechenstrategien*** erarbeitet und keine Malreihen ohne mathematisches Verständnis auswendig gelernt.

Stolpersteine vermeiden

Für das Berechnen von Multiplikationen muss folgendes mathematisches Wissen ausreichend abgesichert sein:

Unterscheidung von Zehnern und Einern in der Sprechweise und in der Schreibweise

Additionen und Subtraktionen im Zahlenraum 100

Multiplikationsverständnis als wiederholende Handlung und als Zusammenfassen [MR/1](#) bis [MR/3](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Ausgehend von der Handlung mit Steckwürfeln werden Malrechnungen gelegt und beschrieben.

Um die Gesamtmenge ohne Zählen bestimmen zu können, ist ein **Blickwechsel** auf die Zehnerstruktur notwendig (siehe Handlung).

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel, Rechenkarten der Ein-mal-eins-Tafel* mit den Aufgaben „10-mal“

Sprache: 10-mal, der Zweier/der Dreier/der Vierer, ..., der Zehner, das Multiplikationszeichen;
Lege 10-mal einen ___! Das sind zusammen ___.

Handlung: • L: „*Lege mit den Würfeln die Aufgabe 10-mal 3!*“

Das Kind steckt 10 Dreier und legt diese geordnet vor sich hin (siehe Bild).

L: „*Wie viele Würfel hast du dafür insgesamt gebraucht?*“

Wenn das Kind beginnt, immer 3 zu addieren, wird der Blick auf die Zehnerstruktur gelenkt.

L: „*Wenn du so schaust, sind hier 10 und noch einmal 10 und noch einmal 10.*“

K: „*Das sind zusammen 30.*“

L: „*Für das Malrechnen verwenden wir in der Mathematik das Multiplikationszeichen.*“

Die Lehrperson schreibt das Zeichen auf und notiert die Rechnung: z.B. $10 \cdot 3 = 30$

- Auf gleiche Weise werden andere Aufgaben mit 10-mal berechnet: z.B. $10 \cdot 5$, $10 \cdot 8$, $10 \cdot 4$
- Malrechnungen werden ins Heft gezeichnet und die Rechnung dazu notiert (siehe Bild).

Variante: • Wenn die Tauschaufgabe* vom Kind thematisiert wird, kann diese zusätzlich aufgegriffen und mit Hilfe eines entsprechenden Punktefeldes* und der Sprache verdeutlicht werden.

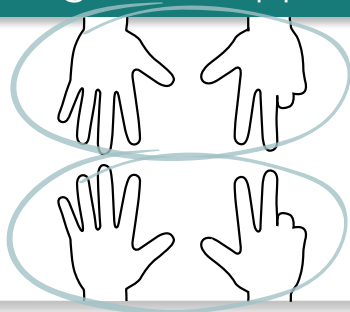
„*Ich sehe 10-mal einen Dreier. 10-mal 3 ist 30.*“

„*Ich sehe auch 3-mal einen Zehner. 3-mal 10 ist 30.*“

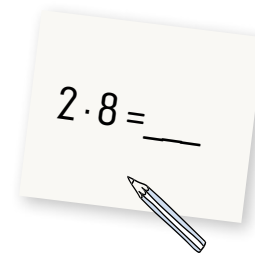
So kann es WEITER gehen!



- Rechenstrategie Verdoppeln – Aufgaben mit 2-mal MR/9
- Rechenstrategie Tauschaufgabe MR/15



Das ist 8 und 8.
Das ist 2-mal 8.
Das ist das Doppelte von 8.



Wichtiges Wissen

Das Verdoppeln ist als Rechenstrategie bei der Addition im Zahlenraum 10 und 20 bereits bekannt.

Nun wird der Begriff des Verdoppelns um das Verständnis „2-mal“ erweitert.

Es wird die **Rechenstrategie Verdoppeln** und nicht „die Zweierreihe“ erarbeitet, d.h. alle Aufgaben mit 2-mal.

Stolpersteine vermeiden

Verdopplungsaufgaben im Zahlenraum 20 sind gefestigt ZR20/21.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Verdopplungsaufgaben werden mit Fingerbildern gezeigt, z.B. 2-mal 8.

Das Kind und die Lehrperson sitzen sich gegenüber. Das Kind zeigt 8 Finger und die Lehrperson zeigt 8 Finger. Die Hände beider werden einander gegenüber auf die Tischmitte gelegt, die Teilmengen (5+5 und 3+3) bestimmt und addiert (siehe Bild).

Verdopplungsaufgaben, die aus dem Zahlenraum 20 als Addition bekannt sind, werden jetzt als Multiplikation beschrieben und notiert:

„Da sind 2-mal 8 Finger. Das ist 2-mal 8.“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Fingerbilder, Rechenkarten der Ein-mal-eins-Tafel* mit Aufgaben „2-mal“

Sprache: das Doppelte, verdoppeln, 2-mal, vgl. MR/7

Handlung: • Eine Verdopplungsaufgabe wird mit den Fingerbildern gezeigt und beschrieben: z.B. $2 \cdot 8$

„Ich sehe 2-mal 8 Finger. Das ist 2-mal 8.“

Die Rechnung wird notiert und das Ergebnis durch vernetztes Denken ($5 + 5$ und $3 + 3$) ermittelt „ $2 \cdot 8 = 16$ “.

L: „Das Doppelte von 8 ist 16.“

- Weitere Verdopplungsaufgaben werden auf gleiche Weise in ungeordneter Reihenfolge bearbeitet:

$2 \cdot 2, 2 \cdot 3, 2 \cdot 4, 2 \cdot 5, 2 \cdot 6, 2 \cdot 7, 2 \cdot 8, 2 \cdot 9, 2 \cdot 10$

- Aufgaben werden ohne Material und selbständig berechnet.

Sollten Fehler oder Schwierigkeiten auftreten, wird gemeinsam die Lösungsstrategie der Aufgabe mit Hilfe der Fingerbilder noch einmal überlegt: „Wie musst du denken?“

- Rechenstrategie automatisieren

Eine Malrechnung wird genannt oder gezeigt. Das Kind beschreibt die Rechenstrategie.

Variante: • Wenn die Tauschaufgabe* vom Kind thematisiert wird, kann diese zusätzlich aufgegriffen und mit Hilfe eines entsprechenden Punktefeldes* und der Sprache verdeutlicht werden.

„Ich sehe 2-mal einen Achter. 2-mal 8 ist 16.“

„Ich sehe auch 8-mal einen Zweier. 8-mal 2 ist 16.“

So kann es WEITER gehen!



- Rechenstrategie Halbieren – Aufgaben mit 5-mal MR/10
- Rechenstrategie Tauschaufgabe MR/15

Rechenstrategie Halbieren – Aufgaben mit 5-mal

FÖRDERUNG **MR/10**

Das sind 10 Vierer. Das ist 10-mal 4.

Wenn ich die auf zwei verteile, hat jeder 5 Vierer. Das ist 5-mal 4.

$10 \cdot 4 = \underline{\quad}$
 $5 \cdot 4 = \underline{\quad}$

40

Wichtiges Wissen

Die Rechenstrategie des Halbierens wiederholt und festigt das Multiplikationsverständnis. Eine als Gesamtmenge dargestellte Malrechnung wird in zwei gleiche Teilmengen halbiert ($10 \cdot 4 \rightarrow 5 \cdot 4$ und $5 \cdot 4$, siehe Bild). Einerseits wird die Malstruktur der Gesamtmenge und der Teilmengen beschrieben (10-mal 4 bzw. 5-mal 4). Andererseits werden auch die Gesamtmenge und die Teilmengen bestimmt (40 bzw. 20). Es wird die **Rechenstrategie Halbieren** und nicht „die Fünferreihe“ erarbeitet, d.h. alle Aufgaben mit 5-mal.

Stolpersteine vermeiden

Malrechnungen mit 10-mal werden sicher gelöst MR/8. Das Halbieren von Zehnerzahlen ist gesichert AR/21. Zuerst werden Aufgaben mit geraden Zehnerzahlen und dann erst mit ungeraden Zehnerzahlen bearbeitet. Manche Kinder lösen Malrechnungen mit 5, indem sie in Fünferschritten vorwärtszählen (5, 10, 15, 20, ...). Das bedeutet jedoch nicht, dass das multiplikative Verständnis ausreichend entwickelt ist. Ungeordnete Aufgaben werden dann eher durch Hochzählen in Fünferschritten ermittelt.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Die Malstruktur der Teilmengen wird meist rasch erkannt. Die Einsicht der Zusammenhänge Gesamtmenge – Teilmengen bzw. Malrechnung – Halbierungsaufgabe ist oft ein längerer Denkprozess. Dies wird durch Hantieren mit Material und sprachlicher Begleitung unterstützt (siehe Handlung).

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel, Rechenkarten der Ein-mal-eins-Tafel* mit Aufgaben „5-mal“

Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, die Zehnerzahl, die Hälfte, verteilen, aufteilen/teile auf, halbieren, insgesamt

Handlung: • L: „*Lege die Malrechnung 10-mal 4!*“ – „*Wie viele Würfel hast du dafür gebraucht?*“

K: „*Da liegt 10-mal 4. Das sind 40 Würfel.*“ L: „*Teile die Vierer auf dich und mich auf!*“

Das Kind teilt die Gesamtmenge, die zehn Vierer, in zwei gleiche Teilmengen auf.

L: „*Welche Malrechnung liegt bei dir? Welche Malrechnung liegt bei mir?*“ – K: „*Bei mir liegt 5-mal 4 und bei dir liegt auch 5-mal 4.*“

L: „*Wie viele Würfel waren es insgesamt? Wie viele Würfel liegen nun bei dir und wie viele bei mir?*“

K: „*Es waren 40 Würfel. Die habe ich an dich und mich verteilt. Nun hat jeder 20 Würfel.*“

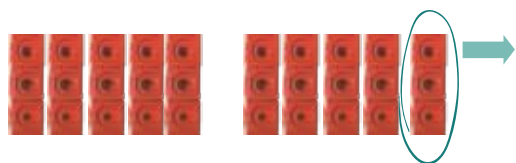
L bzw. K: „*Wenn ich 10-mal 4 **halbiere**, habe ich 5-mal 4. 10-mal 4 ist 40. Die **Hälfte** von 40 ist 20. Daher ist 5-mal 4 gleich 20.*“

- Nach dem Legen einer Aufgabe wird diese ins Heft gezeichnet und die Rechnung notiert (siehe Bild).
- Zuerst werden alle geraden Zehnerzahlen halbiert bzw. die Aufgaben mit 5-mal berechnet:
 $10 \cdot 2 \rightarrow 5 \cdot 2$, $10 \cdot 4 \rightarrow 5 \cdot 4$, $10 \cdot 6 \rightarrow 5 \cdot 6$, $10 \cdot 8 \rightarrow 5 \cdot 8$, $10 \cdot 10 \rightarrow 5 \cdot 10$
- Nun werden alle ungeraden Zehnerzahlen halbiert bzw. die Aufgaben mit 5-mal berechnet:
 $10 \cdot 3 \rightarrow 5 \cdot 3$, $10 \cdot 5 \rightarrow 5 \cdot 5$, $10 \cdot 7 \rightarrow 5 \cdot 7$, $10 \cdot 9 \rightarrow 5 \cdot 9$
- Aufgaben werden ohne Material und selbständig berechnet.
Sollten Fehler oder Schwierigkeiten auftreten, wird gemeinsam die Lösungsstrategie der Aufgabe mit Hilfe des Materials noch einmal überlegt: „*Wie musst du denken?*“
- Rechenstrategie automatisieren: Eine Malrechnung wird genannt. Das Kind beschreibt die Rechenstrategie.
- Halbungsaufgaben automatisieren: Karteikarten mit dem Kind gemeinsam erstellen.
Auf der Vorderseite steht eine Malrechnung, z.B. $5 \cdot 4$. Auf der Rückseite wird der Denkweg für die Lösung notiert.
Das kann eine „Hilfsrechnung“ (z.B. $10 \cdot 4$) oder die Zahlzerlegungsdarstellung bzw. eine bildliche Darstellung sein (vgl. Bild).

Variante: • Wenn die Tauschaufgaben* vom Kind thematisiert werden, werden auch diese besprochen und gelöst.

So kann es WEITER gehen!

- Rechenstrategie „um einmal weniger“ – Aufgaben mit 9-mal MR/11
- Rechenstrategie Tauschaufgabe MR/15



Da sind 10 Dreier.
Wenn ich nur 9 Dreier brauche,
nehme ich einen Dreier weg.

3 3 3 3 3 $10 \cdot 3 = 30$ $9 \cdot 3 = \underline{\quad}$	3 3 3 3 3 $30 - 3 = \underline{\quad}$
--	---



Wichtiges Wissen

Die Rechenstrategie „um einmal weniger“ vertieft und erweitert das Verständnis für die Zusammenhänge von Multiplikationen und unterstützt das vernetzte Denken bei der Berechnung von Malrechnungen.

Ergebnisse werden nicht auswendig gelernt, sondern Aufgaben werden mit mathematischem Bezug gelöst, z.B. 9-mal 3 ist um einmal weniger als 10-mal 3. Es wird die Rechenstrategie „um einmal weniger“ und nicht „die Neunerreihe“ erarbeitet, d.h. alle Aufgaben mit 9-mal.

Stolpersteine vermeiden

Aufgaben wie z.B. $30 - 3$, $40 - 4$, usw. können sicher ohne Material und nicht zählend gelöst werden: Subtraktion – Entbündeln vom reinen Zehner [AR/16](#). Rechenstrategie Zehnerbündelung – Aufgaben mit 10-mal sind automatisiert [MR/8](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Vor dem Berechnen der Aufgaben mit der Rechenstrategie „um einmal weniger“ wird der Zusammenhang von 10-mal und 9-mal durch Hantieren mit den Würfelbündelungen wiederholt und bewusst gemacht. Erst dann werden die Aufgaben mit Hilfe dieses Zusammenhangs als Minusrechnung berechnet, z.B. $9 \cdot 3 \rightarrow$ „*Ich denke an 10-mal drei. Dann um drei weniger. Also $30 - 3$.*“

Wichtig ist zu verstehen: z.B. Ein Dreier wird weggenommen. Das bedeutet „*Ich rechne **minus drei**.*“ (Es geht um die Anzahl der Elemente einer Bündelung.)

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel, Rechenkarten der Ein-mal-eins-Tafel* mit Aufgaben „9-mal“

Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, um einmal weniger, wegnehmen/Nimm __ weg!/Ich nehme einen __ weg.

Handlung: • L: „*Lege die Aufgabe 10-mal 3!*“ – „*Wie viele Würfel hast du dafür gebraucht?*“

K: „*Da liegt 10-mal 3. Das sind 30 Würfel.*“

L: „*Was musst du machen, damit hier 9-mal 3 liegt?*“

K: „*Ich nehme einen Dreier weg.*“ – Das Kind schiebt einen Dreier auf die Seite.

L: „*Wie heißt die Malrechnung jetzt?*“ – K: „*Hier liegen 9 Dreier. Das ist 9-mal 3.*“

L: „*Wie viele Würfel waren es insgesamt?*“ – „*Wie viele Würfel hast du weggenommen?*“

K: „*Es waren 30 Würfel.*“ – „*Ich habe **einen Dreier** weggenommen. Das sind **drei Würfel.***“

L: „*Wie viele Würfel sind es jetzt? Wie kannst du denken?*“ – K: „*Ich rechne $30 - 3$. Das ist 27.*“

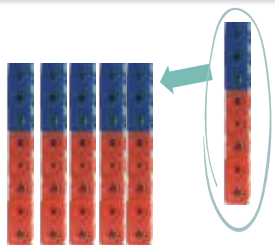


- Weitere Aufgaben werden auf gleiche Weise in ungeordneter Reihenfolge bearbeitet:
 $10 \cdot 2 \rightarrow 9 \cdot 2$, $10 \cdot 3 \rightarrow 9 \cdot 3$, $10 \cdot 4 \rightarrow 9 \cdot 4$, $10 \cdot 5 \rightarrow 9 \cdot 5$, $10 \cdot 6 \rightarrow 9 \cdot 6$, $10 \cdot 7 \rightarrow 9 \cdot 7$, $10 \cdot 8 \rightarrow 9 \cdot 8$, $10 \cdot 9 \rightarrow 9 \cdot 9$, $10 \cdot 10 \rightarrow 9 \cdot 10$
- Nach dem Legen einer Aufgabe wird diese ins Heft gezeichnet und die Rechnung notiert (siehe Bild).
- Aufgaben werden ohne Material und selbständig berechnet.
Sollten Fehler oder Schwierigkeiten auftreten, wird gemeinsam die Lösungsstrategie der Aufgabe mit Hilfe des Materials noch einmal überlegt: „*Wie musst du denken?*“
- Rechenstrategie automatisieren
Eine Malrechnung wird genannt. Das Kind beschreibt die Rechenstrategie.
- Aufgaben mit „9-mal“ automatisieren: Karteikarten mit dem Kind gemeinsam erstellen.
Auf der Vorderseite steht die Malrechnung, z.B. $9 \cdot 3$. Auf der Rückseite wird der Denkweg für die Lösung notiert.
Das kann eine „Hilfsrechnung“ (z.B. $10 \cdot 3$) bzw. eine bildliche Darstellung sein (vgl. Bild).

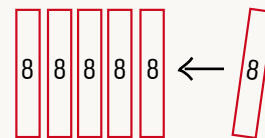
Variante: • Wenn die Tauschaufgaben* vom Kind thematisiert werden, werden auch diese besprochen und gelöst.

So kann es WEITER gehen!

- Rechenstrategie „um einmal mehr“ – Aufgaben mit 6-mal MR/11
- Rechenstrategie Tauschaufgabe MR/15



Da sind 5 Achter.
Wenn ich 6 Achter brauche,
gebe ich einen Achter dazu.



$$5 \cdot 8 = 40$$

$$6 \cdot 8 = \underline{\quad}$$

$$40 + 8 = \underline{\quad}$$



Wichtiges Wissen

Die Rechenstrategie „um einmal mehr“ vertieft und erweitert das Verständnis für die Zusammenhänge von Multiplikationen und unterstützt das vernetzte Denken bei der Berechnung von Malrechnungen.

Ergebnisse werden nicht auswendig gelernt, sondern Aufgaben werden mit mathematischem Bezug gelöst, 6-mal 8 ist um einmal mehr als 5-mal 8 (siehe Bild). Es wird die Rechenstrategie „um einmal mehr“ und nicht „die Sechserreihe“ erarbeitet, d.h. alle Aufgaben mit 6-mal.

Stolpersteine vermeiden

Additionen ohne und mit Überschreitung (ZE + E) werden weitgehend sicher gelöst [AR/12](#) und [AR/13](#).

Malrechnungen mit 5-mal sind automatisiert [MR/10](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Vor dem Berechnen der Aufgaben mit der Rechenstrategie „um einmal mehr“ wird der Zusammenhang von 5-mal und 6-mal durch Hantieren mit den Würfelbündelungen wiederholt und bewusst gemacht. Erst dann werden die Aufgaben mit Hilfe dieses Zusammenhangs als Plusrechnung berechnet, z.B. $6 \cdot 8 \rightarrow$ „Ich denke an 5-mal 8 und dann um acht mehr. Also $40 + 8$.“

Wichtig ist zu verstehen: z.B. **Ein Achter** wird dazugegeben. Das bedeutet „Ich rechne **plus acht**“. (Es geht um die Anzahl der Elemente einer Bündelung.)

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel, Rechenkarten der Ein-mal-eins-Tafel* mit Aufgaben „6-mal“

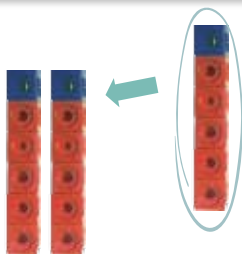
Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, um einmal mehr, dazugeben/Gib __ dazu!/Ich gebe einen __ dazu.

- Handlung:**
- L: „*Lege die Aufgabe 5-mal 8!*“ – „*Wie viele Würfel hast du dafür gebraucht?*“ – K: „*Da liegt 5-mal 8. Das sind 40 Würfel.*“
L: „*Was musst du machen, damit hier 6-mal 8 liegt?*“ – K: „*Ich gebe einen Achter dazu.*“ – Das Kind legt einen Achter dazu.
L: „*Wie heißt die Malrechnung jetzt?*“ – K: „*Hier liegen 6 Achter. Das ist 6-mal 8.*“
L: „*Wie viele Würfel waren es vorher? – Wie viele Würfel hast du dazugelegt?*“
K: „*Es waren 40 Würfel. – Ich habe **einen Achter** dazugelegt. Das sind **acht Würfel.***“
L: „*Wie viele Würfel sind es jetzt? Wie kannst du denken?*“ – K: „*Ich rechne: $40 + 8$. Das ist 48.*“
 - Weitere Aufgaben werden auf gleiche Weise in ungeordneter Reihenfolge bearbeitet:
 $5 \cdot 2 \rightarrow 6 \cdot 2, 5 \cdot 3 \rightarrow 6 \cdot 3, 5 \cdot 4 \rightarrow 6 \cdot 4, 5 \cdot 5 \rightarrow 6 \cdot 5, 5 \cdot 6 \rightarrow 6 \cdot 6, 5 \cdot 7 \rightarrow 6 \cdot 7$ (Zehnerüberschreitung!), $5 \cdot 8 \rightarrow 6 \cdot 8, 5 \cdot 9 \rightarrow 6 \cdot 9$
(Wird manchmal schon als Tauschaufgabe* gedacht – $9 \cdot 6$ Das ist leichter, da keine Zehnerüberschreitung $45 + 9$ notwendig ist.)
 - Nach dem Legen einer Aufgabe wird diese ins Heft gezeichnet und die Rechnung notiert (siehe Bild).
 - Aufgaben werden ohne Material und selbständig berechnet. Sollten Fehler oder Schwierigkeiten auftreten, wird gemeinsam die Lösungsstrategie der Aufgabe mit Hilfe des Materials noch einmal überlegt: „*Wie musst du denken?*“
 - Rechenstrategie automatisieren
Eine Malrechnung wird genannt. Das Kind beschreibt die Rechenstrategie.
 - Aufgaben mit „6-mal“ automatisieren: Karteikarten mit dem Kind gemeinsam erstellen.
Auf der Vorderseite steht die Malrechnung (z.B. $6 \cdot 4$). Auf der Rückseite wird der Denkweg für die Lösung notiert.
Das kann eine „Hilfsrechnung“ (z.B. $5 \cdot 4$) bzw. eine bildliche Darstellung sein (vgl. Bild).
- Variante:**
- Wenn die Tauschaufgaben vom Kind thematisiert werden, werden auch diese besprochen und gelöst.



So kann es WEITER gehen!

- Rechenstrategie „um einmal mehr“ – Aufgaben mit 3-mal MR/13
- Rechenstrategie Tauschaufgabe MR/15



Da sind 2 Sechser.
Wenn ich 3 Sechser brauche,
gebe ich einen Sechser dazu.

$$\begin{array}{l} 2 \cdot 6 = 12 \\ 3 \cdot 6 = \underline{\quad} \end{array} \quad 12 + 6 = \underline{\quad}$$

Wichtiges Wissen

Die Rechenstrategie „um einmal mehr“ vertieft und erweitert das Verständnis für die Zusammenhänge von Multiplikationen und unterstützt das vernetzte Denken bei der Berechnung von Malrechnungen.

Ergebnisse werden nicht auswendig gelernt, sondern Aufgaben werden mit mathematischem Bezug gelöst, z.B. 3-mal 6 ist um einmal mehr als 2-mal 6. Es wird die **Rechenstrategie „um einmal mehr“** und nicht die „Dreierreihe“ erarbeitet, d.h. alle Aufgaben mit 3-mal.

Stolpersteine vermeiden

Additionen ohne und mit Überschreitung ($ZE + E$) werden weitgehend sicher gelöst [AR/12](#) und [AR/13](#).

Malrechnungen mit 2-mal sind automatisiert [MR/9](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Vor dem Berechnen der Aufgaben mit der Rechenstrategie „um einmal mehr“ wird der Zusammenhang von 2-mal und 3-mal durch Hantieren mit den Würfelbündelungen wiederholt und bewusst gemacht. Erst dann werden die Aufgaben mit Hilfe dieses Zusammenhangs als Plusrechnung berechnet, z.B. $3 \cdot 6 \rightarrow$ „*Ich denke an 2-mal 6 und dann um sechs mehr. Also $12 + 6$.*“

Wichtig ist zu verstehen: Ein Sechser wird dazugegeben. Das bedeutet, ich rechne plus sechs. (Es geht um die Anzahl der Elemente einer Bündelung.)

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel, Rechenkarten der Ein-mal-eins-Tafel* mit Aufgaben „3-mal“

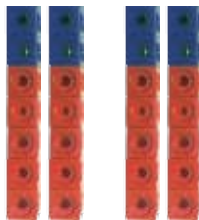
Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, um einmal mehr, dazugeben/Gib __ dazu!/Ich gebe einen __ dazu.

- Handlung:**
- L: „*Lege die Aufgabe 2-mal 6!*“ – „*Wie viele Würfel hast du dafür gebraucht?*“ – K: „*Da liegt 2-mal 6. Das sind 12 Würfel.*“
L: „*Was musst du machen, damit hier 3-mal 6 liegt?*“ – K: „*Ich gebe einen Sechser dazu.*“ – Das Kind legt einen Sechser dazu.
L: „*Wie heißt die Malrechnung jetzt?*“ – K: „*Hier liegen drei Sechser. Das ist 3-mal 6.*“
L: „*Wie viele Würfel waren es vorher? Wie viele Würfel hast du dazugelegt?*“
K: „*Es waren 12 Würfel. – Ich habe **einen Sechser** dazugelegt. Das sind **sechs Würfel.***“
L: „*Wie viele Würfel sind es jetzt? Wie kannst du denken?*“ – K: „*Ich rechne: $12 + 6$. Das ist 18.*“
 - Weitere Aufgaben werden auf gleiche Weise in ungeordneter Reihenfolge bearbeitet: $2 \cdot 2 \rightarrow 3 \cdot 2$, $2 \cdot 3 \rightarrow 3 \cdot 3$, $2 \cdot 4 \rightarrow 3 \cdot 4$ (Zehnerüberschreitung!), $2 \cdot 5 \rightarrow 3 \cdot 5$, $2 \cdot 6 \rightarrow 3 \cdot 6$, $2 \cdot 7 \rightarrow 3 \cdot 7$ (Zehnerüberschreitung!), $2 \cdot 8 \rightarrow 3 \cdot 8$ (Zehnerüberschreitung!), $2 \cdot 9 \rightarrow 3 \cdot 9$ (Wird manchmal schon als Tauschaufgabe* gedacht – $9 \cdot 3$. Das ist leichter, da keine Zehnerüberschreitung $18 + 9$ notwendig ist.)
 - Nach dem Legen einer Aufgabe wird diese ins Heft gezeichnet und die Rechnung notiert (siehe Bild).
 - Aufgaben werden ohne Material und selbständig berechnet.
Sollten Fehler oder Schwierigkeiten auftreten, wird gemeinsam die Lösungsstrategie der Aufgabe mit Hilfe des Materials noch einmal überlegt: „*Wie musst du denken?*“
 - Rechenstrategie automatisieren: Eine Malrechnung wird genannt. Das Kind beschreibt die Rechenstrategie.
 - Aufgaben mit „3-mal“ automatisieren: Karteikarten mit dem Kind gemeinsam erstellen.
Auf der Vorderseite steht die Malrechnung (z.B. $3 \cdot 6$). Auf der Rückseite wird der Denkweg für die Lösung notiert.
Das kann eine „Hilfsrechnung“ (z.B. $2 \cdot 6$) bzw. eine bildliche Darstellung sein (vgl. Bild).
- Variante:**
- Wenn die Tauschaufgaben vom Kind thematisiert werden, werden auch diese besprochen und gelöst.



So kann es WEITER gehen!

- Rechenstrategie Verdoppeln – Aufgaben mit 4-mal MR/14
- Rechenstrategie Tauschaufgabe MR/15



Hier liegt 2-mal 7 und noch einmal 2-mal 7.
Das ist zusammen 4-mal 7.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 7 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline 7 & 7 \\ \hline \end{array}$$
$$2 \cdot 7 = 14 \quad 2 \cdot 7 = 14$$

$$\begin{array}{l} 4 \cdot 7 = \underline{\quad} \\ 14 + 14 = \underline{\quad} \end{array}$$



Wichtiges Wissen

Das Verdoppeln ist als Rechenstrategie bei der Addition im Zahlenraum 10 und 20 sowie als Rechenstrategie bei Aufgaben mit 2-mal bekannt. Die **Rechenstrategie Verdoppeln** wird nun auch für die Aufgaben mit 4-mal genutzt, d.h. es wird nicht „die Viererreihe“ erarbeitet, sondern alle Aufgaben mit 4-mal.

Stolpersteine vermeiden

Malrechnungen mit 2-mal sind automatisiert MR/9.

Verdoppeln im Zahlenraum 100 AR/20

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Zuerst wird der Zusammenhang von Aufgaben mit 2-mal und Aufgaben mit 4-mal durch Hantieren mit den Würfelbündelungen wiederholt und bewusst gemacht. Dieser Zusammenhang wird genutzt, um die Aufgaben mit 4-mal mit der Rechenstrategie Verdoppeln zu berechnen: z.B. $4 \cdot 7 \rightarrow$ „Ich denke an 2-mal 7 und noch einmal 2-mal 7. Das ist $14 + 14$.“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel, Rechenkarten der Ein-mal-eins-Tafel* mit Aufgaben „4-mal“

Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, das Doppelte, verdoppeln

Handlung: • L: „*Lege die Malrechnung 2-mal 7!*“ – „*Lege die gleiche Aufgabe noch einmal!*“

Nun werden die beiden Teilmengen und die Gesamtmenge beschrieben.

K: „*Hier liegt 2-mal 7 und hier liegt auch 2-mal 7. Zusammen liegt hier 4-mal 7.*“ – L: „*Das Doppelte von 2-mal ist 4-mal.*“

L: „*Wie viele Würfel liegen hier?* (L. zeigt auf 2 Siebener.) – „*Und wie viele Würfel liegen hier?*“ (L. zeigt auf die anderen 2 Siebener.)

K: „*Hier liegen 14 Würfel. Und hier liegen auch 14 Würfel. Hier liegen 2-mal 14.*“ – „*14 + 14 = 28.*“

L: „*Das Doppelte von 2-mal 7 ist 4-mal 7. Das Doppelte von 14 ist 28.*“

- Weitere Aufgaben werden auf gleiche Weise in ungeordneter Reihenfolge bearbeitet:
 $2 \cdot 2 \rightarrow 4 \cdot 2$, $2 \cdot 3 \rightarrow 4 \cdot 3$, $2 \cdot 4 \rightarrow 4 \cdot 4$, $2 \cdot 5 \rightarrow 4 \cdot 5$, $2 \cdot 6 \rightarrow 4 \cdot 6$, $2 \cdot 7 \rightarrow 4 \cdot 7$, $2 \cdot 8 \rightarrow 4 \cdot 8$ (Zehnerüberschreitung: $16 + 16!$),
 $2 \cdot 9 \rightarrow 4 \cdot 9$ (Wird manchmal schon als Tauschaufgabe* gedacht – $9 \cdot 4$. Das ist leichter, da keine Zehnerüberschreitung $18 + 18$ notwendig ist.)
- Nach dem Legen einer Aufgabe wird diese ins Heft gezeichnet und die Rechnung notiert (siehe Bild).
- Aufgaben werden ohne Material und selbständig berechnet. Sollten Fehler oder Schwierigkeiten auftreten, wird gemeinsam die Lösungsstrategie der Aufgabe mit Hilfe des Materials noch einmal überlegt: „*Wie musst du denken?*“
- Rechenstrategie automatisieren: Eine Malrechnung wird genannt. Das Kind beschreibt die Rechenstrategie.
- Aufgaben mit „4-mal“ automatisieren: Karteikarten mit dem Kind gemeinsam erstellen.
Auf der Vorderseite steht die Malrechnung, z.B. $4 \cdot 7$. Auf der Rückseite wird der Denkweg für die Lösung notiert.
Das kann eine „Hilfsrechnung“, z.B. $2 \cdot 7$, bzw. eine bildliche Darstellung sein (vgl. Bild).

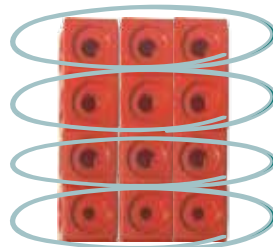
Variante: • Wenn die Tauschaufgaben vom Kind thematisiert werden, werden auch diese besprochen und gelöst.

So kann es WEITER gehen!

- Rechenstrategie Tauschaufgabe MR/15
- Multiplikationen mit 1 und 0 MR/16

Rechenstrategie Tauschaufgabe

Da sind 3 Vierer.
Das ist 3-mal 4.



So sehe ich 4-mal 3.

Wichtiges Wissen

Tauschaufgaben* werden erst thematisiert, wenn das Multiplikationsverständnis ausreichend entwickelt ist.

Es ist ein Unterschied, ob **3 Vierer** oder **4 Dreier** dargestellt sind. Dem Kind muss die Bedeutung der ersten und der zweiten Zahl bewusst sein. Die erste Zahl drückt aus, **wie oft** eine Menge genommen wird. Die zweite Zahl drückt aus, **wie viele** Elemente eine Menge enthält. Zwischen der Rechnung „ $3 \cdot 4$ “ und der Tauschaufgabe „ $4 \cdot 3$ “ besteht ein Unterschied (siehe Bild). Das Ergebnis jedoch ist dasselbe. Wenn das Multiplikationsverständnis ausreichend entwickelt ist, können Tauschaufgaben auch schon früher thematisiert werden, z.B. beim Verdoppeln (Aufgaben mit 2-mal) und Halbieren (Aufgaben mit 5-mal). Durch das Nutzen von Tauschaufgaben kann eine Vielzahl von Malrechnungen rasch und sicher gelöst werden.

Stolpersteine vermeiden

Das Kind kann Multiplikator (Wie oft mal?) und Multiplikand (Wie viele?) sicher unterscheiden. Tauschaufgaben werden nur bei gesicherten Malrechnungen genutzt und nicht schon beim Erarbeiten von Rechenstrategien* von der Lehrperson angeboten.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Tauschaufgaben werden mit Hilfe von Würfelbündelungen dargestellt und deutlich gemacht. Die Bedeutung der ersten bzw. der zweiten Zahl wird sprachlich hervorgehoben: „*Das sind 3 Vierer. Das ist 3-mal 4.*“ – „*Das sind 4 Dreier. Das ist 4-mal 3.*“
„*Die Zahlen tauschen Platz. Das ist die Tauschaufgabe.*“ – „*Das Ergebnis bleibt gleich.*“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel, Rechenkarten (Malrechnungen und passende Tauschaufgaben*)

Sprache: die Tauschaufgabe, das Ergebnis, gleich, Platz tauschen/tauschen Platz

Handlung: • L: „*Lege die Aufgabe 3-mal 4!*“ – Das Kind legt 3 Vierer.

L: „*Kannst du hier auch eine andere Malrechnung entdecken?*“

K: „*Hier sehe ich drei und noch einmal drei und noch einmal drei und noch einmal drei. Das sind 4-mal 3.*“

Beide Rechnungen werden notiert.

L: „*Die Tauschaufgabe von 3-mal 4 ist 4-mal 3.*“

L: „*Wie heißen die Ergebnisse der Malrechnungen? Was kannst du entdecken?*“

K: „*Das Ergebnis ist bei beiden Aufgaben 12. Das Ergebnis ist gleich.*“

- Tauschaufgaben automatisieren

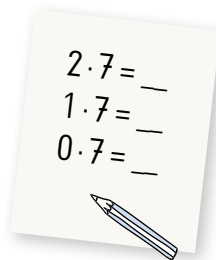
Aufgaben zu einer Rechenstrategie und ihre Tauschaufgaben werden gelöst.

z.B. $9 \cdot 4 = \rightarrow 4 \cdot 9 =$

bzw. $6 \cdot 8 = \rightarrow 8 \cdot 6 =$

So kann es WEITER gehen!

- Multiplikationen mit 1 und 0 MR/16
- Multiplikationen und ihre Rechenstrategien* automatisieren bzw. $7 \cdot 7$, $8 \cdot 8$, $7 \cdot 8$ / $8 \cdot 7$ MR/17



Lege die Aufgaben mit Steckwürfeln!
Was kannst du entdecken?

Wichtiges Wissen

Multiplikationen mit 1 und 0 sind besondere Aufgaben, da die Grundvorstellung des Vervielfachens (die wiederholende Handlung) auf diese Aufgaben nicht ohne Weiteres übertragen werden kann.

Wenn das Multiplikationsverständnis ausreichend entwickelt ist, können auch solche Aufgaben mit Hilfe von Material und inneren Vorstellungsbildern abgeleitet werden.

Stolpersteine vermeiden

Das Multiplikationsverständnis ist entwickelt und Aufgaben können mit Material dargestellt werden MR/1 bis MR/3.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Ausgehend von Aufgaben wie z.B. „ $2 \cdot 4$ “ werden die Rechnungen „ $1 \cdot 4$ “ bzw. weiter zu „ $0 \cdot 4$ “ abgeleitet und mit Material dargestellt. Dadurch werden innere Vorstellungsbilder entwickelt, auf die bei weiteren Aufgaben zurückgegriffen werden kann.

„Ich nehme 1-mal 4 Würfel.“ – „Ich habe 4 Würfel.“

„Ich nehme 0-mal 4 Würfel.“ – „Ich habe keine Würfel.“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel

Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, die Tauschaufgabe*, bleibt gleich

Handlung: • L: „*Lege die Aufgabe 2-mal 7!*“ – Das Kind legt 2 Siebener.

L: „*Was musst du machen, damit hier 1-mal 7 liegt?*“

K: „*Ich nehme einen Siebener weg. Jetzt liegt nur noch 1-mal 7 hier.*“

L: „*Wie heißt die Rechnung? Und wie heißt das Ergebnis?*“ – K: „*Das ist ganz leicht. $1 \cdot 7 = 7$.*“

L: „*Was musst du machen, damit hier 0-mal 7 liegt?*“

K: „*Ich muss noch einen Siebener wegnehmen.*“

L: „*Wie heißt das Ergebnis von 0-mal 7?*“ – K: „ *$0 \cdot 7 = 0$.*“

L: „*Weißt du auch, wie viel 7-mal 0 ist?*“ – K: „*Das ist die Tauschaufgabe. Das Ergebnis ist gleich. $7 \cdot 0 = 0$.*“

- Aufgaben mit „mal 1“ handelnd erfahren

z.B. $5 \cdot 1$: „*Ich greife 5-mal hin und nehme jedes mal einen Würfel. Jetzt liegen hier 5 Würfel. $5 \cdot 1 = 5$* “

- Aufgaben mit „mal 0“ handelnd erfahren

z.B. $3 \cdot 0$: „*Ich greife 3-mal hin und nehme jedes Mal 0 Würfel. Jetzt liegen hier keine Würfel. $3 \cdot 0 = 0$* “

- Aufgaben mit 1 und 0 immer wieder thematisieren.

Sollten Fehler auftreten, werden die entsprechenden Aufgaben noch einmal handelnd und sprachlich bearbeitet.

Mögliche Unsicherheiten, z.B. $7 \cdot 1$ „*Ist das Ergebnis jetzt 7 oder 1?*“

$0 \cdot 5$ „*Ist das Ergebnis jetzt 0 oder 5?*“

So kann es WEITER gehen!

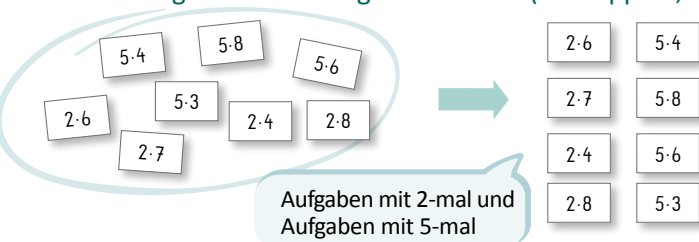
- Multiplikationen und ihre Rechenstrategien* automatisieren bzw. $7 \cdot 7$, $8 \cdot 8$, $7 \cdot 8$ / $8 \cdot 7$ MR/17

Multiplikation und Division im Zahlenraum 100

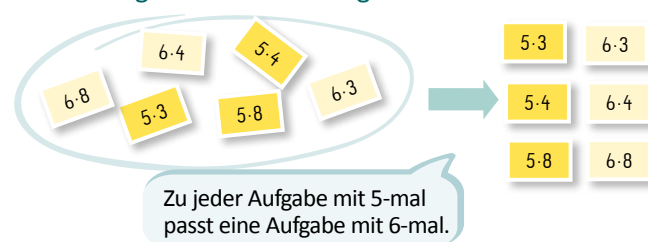
Multiplikationen und ihre Rechenstrategien automatisieren bzw. $7 \cdot 7$, $8 \cdot 8$, $7 \cdot 8/8 \cdot 7$

FÖRDERUNG **MR/17**

Rechnungen nach Strategien sortieren (Verdoppeln, Halbieren)



Aufgaben und Hilfsaufgaben zusammenfinden



Wichtiges Wissen

Multiplikationen können erst automatisiert werden, wenn das Operationsverständnis ausreichend gesichert ist, zu einer Aufgabe die passende Rechenstrategie gefunden wird und die Zusammenhänge von Malrechnungen erkannt werden (z.B. „**Aufgaben mit 5-mal helfen mir bei 6-mal**“). Um den Blick auf die Rechenstrategie zu üben, ist es hilfreich, zuerst den Fokus auf die Aufgabe zu lenken und erst dann diese zu berechnen. Bei diesen Denkprozessen können Malrechnungen auch als „schönes Päckchen“* entdeckt werden (z.B. $1 \cdot 4$, $2 \cdot 4$, $3 \cdot 4$, ...) und die Bezeichnung „Malreihe“ wird eingeführt.

Stolpersteine vermeiden

Das Operationsverständnis und die Rechenstrategien* sind erarbeitet und geübt: MR/1 bis MR/16.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Denkprozesse von Rechenstrategien mit Hilfe von selbst erstellten Karteikarten automatisieren:

Eine Rechnung wird auf einer Karteikarte Größe A7 notiert. Auf der Rückseite wird aufgeschrieben, mit welcher Rechenstrategie die Aufgabe berechnet wird oder welche Aufgabe helfen kann (z.B. Vorderseite $6 \cdot 8$, Rückseite $5 \cdot 8/8 \cdot 7$ / Vorderseite $9 \cdot 4$, Rückseite $10 \cdot 4 \rightarrow 40 - 4$).

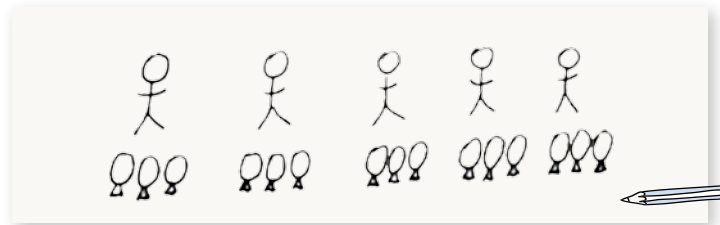
Diese Karten werden gemeinsam mit dem Kind erarbeitet und zum regelmäßigen Üben verwendet.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Rechenkarten der Ein-mal-eins-Tafel* (färbig oder schwarz/weiß)

Sprache: das Doppelte, verdoppeln, die Hälfte, halbieren, „um einmal mehr, um einmal weniger“, die Tauschaufgabe*;
Was fällt dir auf? Wie kannst du rechnen? Welche Rechnung hilft dir?

- Handlung:** • **Aufgaben zu zwei verschiedenen Rechenstrategien*** werden von der Lehrperson aufgelegt: „*Was fällt dir auf?*“
Das Kind sortiert die Aufgaben nach den Rechenstrategien und beschreibt diese.
K: „Das sind 2-mal Aufgaben. Da denke ich ans Verdoppeln. Das sind 5-mal-Aufgaben. Da denke ich an die Hälfte von 10-mal.“
- **Beziehungen von Rechnungen erkennen**
Rechenkarten, z.B. 5-mal und 6-mal Aufgaben, werden aufgelegt.
Das Kind sortiert die Rechnungen, indem jeder 5-mal Aufgabe die passende 6-mal Aufgabe zugeordnet wird.
Anschließend werden die Rechnungen paarweise notiert und ausgerechnet.
 - **Tauschaufgaben zuordnen** – Rechenkarten und deren Tauschaufgaben werden aufgelegt.
Das Kind ordnet jeder Rechnung seine Tauschaufgabe zu. Nun wird überlegt, welche der beiden Aufgaben bereits „auswendig“ gewusst wird. Anschließend werden die Rechnungen paarweise notiert und ausgerechnet.
 - **Aufgaben mit 7-mal thematisieren und automatisieren**
Bis auf 7-mal 7 und 7-mal 8 sind alle Aufgaben als Tauschaufgabe bereits bekannt.
Z.B. kann $7 \cdot 7$ aus den Malrechnungen $5 \cdot 7$ und $2 \cdot 7$ zusammengesetzt werden.
Z.B. kann $7 \cdot 8$ aus den Malrechnungen $5 \cdot 8$ und $2 \cdot 8$ zusammengesetzt werden.
 - **Aufgaben mit 8-mal thematisieren und automatisieren**
Bis auf 8-mal 8 sind alle Aufgaben als Tauschaufgabe bereits bekannt.
Z.B. kann $8 \cdot 8$ aus der Verdopplung von $4 \cdot 8$ zusammengesetzt werden.
 - **Quadrataufgaben** thematisieren und automatisieren, z.B. $2 \cdot 2$, $3 \cdot 3$, $4 \cdot 4$, usw.
Begriffsklärung: Darstellung in quadratischer Form, z.B. mit Würfelbündelung oder Punktefeld*. („Alle Seiten sind gleich lang.“)



Skizze

Karin hat 5 Kinder zu ihrem Geburtstagsfest eingeladen.
Sie schenkt jedem Kind 3 Luftballons.
Wie viele Luftballons braucht sie?

Wichtiges Wissen

Mit Hilfe von Sachaufgaben wird das Operationsverständnis der Multiplikation vertieft. Fragestellungen aus dem Alltag werden mit Hilfe der Mathematik gelöst und somit die Bedeutung der Mathematik im Alltag bewusst gemacht. Sachaufgaben werden zuerst im kleinen Zahlenraum (z.B. ZR 10) angeboten und zu Beginn mit Material verdeutlicht. Im nächsten Schritt kann die gleiche Aufgabe mit größeren Zahlen angeboten werden. Die Erkenntnis wird aus dem kleinen Zahlenraum nun auf den größeren Zahlenraum übertragen.

Stolpersteine vermeiden

Das Operationsverständnis und die Rechenstrategien* sind erarbeitet und geübt: MR/1 bis MR/17. Um Sachaufgaben mit Multiplikationen bearbeiten zu können, müssen folgende Begriffe geklärt sein: jeder, in jeder, für jede, jedes Mal, pro, je, dreimal so viele, doppelt so viel, zweimal mehr.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Sachaufgaben werden in unterschiedlichen Darstellungsformen angeboten und in verschiedene Darstellungsformen „übersetzt“: Aufgaben werden in Alltags- oder Fachsprache formuliert, in einer Handlung verdeutlicht und/oder bildlich als Skizze* dargestellt. Eine passende Rechnung wird formuliert und berechnet. Nach dem Erstellen des Ergebnisses wird überprüft, ob dieses zu der Berechnung und dem Inhalt passt. Anschließend wird eine Antwort formuliert. Ebenso kann zu einer Multiplikation eine passende Handlung oder bildliche Darstellung gefunden und eine Sachaufgabe sprachlich formuliert werden.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel

Sprache: jeder, in jeder, für jede, jedes Mal, pro, je, dreimal so viel/e, doppelt so viel/e, zweimal mehr;
Wortschatz für das Verständnis der Sachaufgaben, z.B. das Regal, das Regalfach/die Regalfächer

Handlung: **Verschiedene Aspekte** des Multiplikationsverständnisses bearbeiten – evtl. Sachaufgaben legen und bildlich darstellen

- Multiplikation als **wiederholende Handlung** [MR/1](#) – Paul geht dreimal im Monat in die Bücherei. Jedes Mal borgt er sich zwei Bücher aus. Wie viele Bücher borgt er sich in einem Monat aus?
Karin hat 5 Kinder zu ihrem Geburtstagsfest eingeladen. Sie schenkt jedem Kind 3 Luftballons. Wie viele Luftballons braucht sie?
- Multiplikation als **Zusammenfassen** [MR/2](#) bis [MR/4](#) – In der Bücherei gibt es ein Regal mit Kinderbüchern. In jedem Regalfach stehen 8 Bücher. Es gibt 3 Regalfächer. Wie viele Bücher sind es insgesamt?
Beim Geburtstagsfest sind 5 Kinder. Jedes Kind hat zwei Luftballons aufgeblasen. Wie viele Luftballons sind aufgeblasen?
- Multiplikation als **Vergleichen** [MR/7](#) – Luca hat 2 Bücher gelesen. Adis hat dreimal so viele gelesen. Wie viele Bücher hat Adis gelesen? – Da sind 2 rote Luftballons. Von den blauen Luftballons gibt es dreimal so viele. Wie viele blaue Luftballons sind es?

Sachaufgaben zur Multiplikation mit spezifischen **mathematischen Wörtern**

- **Drei** Kinder gehen ins Schwimmbad. Der Eintritt kostet **pro** Kind 4 €. Wie viel € müssen sie insgesamt bezahlen?
- **Samira** sammelt mit ihren beiden Freundinnen Kastanien. **Jedes** Kind hat schon 9 Kastanien gesammelt. Wie viele Kastanien haben sie zusammen?
- Timo kauft sich viermal im Monat Sticker. **Jedes Mal** zahlt er 2 €. Wie viel Geld gibt er in einem Monat aus?
- Mila hat 6 Sticker. Kai hat viermal **so viele**. Wie viele Sticker hat Kai?
- Sara hat 8 € gespart. Ihre Schwester hat **doppelt** so viel. Wie viel € hat ihre Schwester?
(Das Doppelte als Malrechnung mit 2-mal erkennen.)

So kann es WEITER gehen

- 
- Zu Malrechnungen Sachaufgaben formulieren
 - Sachaufgaben – Rechenoperationen finden [MR/33](#)
 - Sachaufgaben – Mathematische Informationen [MR/34](#)

H	Z	E
		1
	1	0

H	Z	E
	1	0
1	0	0

Wichtiges Wissen

Beim Multiplizieren mit 10 bzw. 100 verändert sich der Stellenwert einer Ziffer, z.B. 10-mal ein Einer ist ein Zehner. Die Vorstellung, dass eine oder zwei Nullen angehängt werden, greift zu kurz. Spätestens beim Rechnen mit Dezimalzahlen treten mit dieser Vorstellung Fehler auf (z.B. $3,4 \cdot 10 = 3,40$). Das Multiplizieren mit 10 bzw. 100 ist Voraussetzung dafür, dass auch Aufgaben, wie z.B. $50 \cdot 3$ bzw. $50 \cdot 30$ bzw. $5\,000 \cdot 30$, gelöst werden können.

Stolpersteine vermeiden

Die Bedeutung der Zusammenhänge der Stellenwerte ist automatisiert, $10\text{ E} = 1\text{ Z}$, $10\text{ Z} = 1\text{ H}$ bzw. $100\text{ E} = 1\text{ H}$, $100\text{ Z} = 1\text{ T}$ usw. Das Verständnis der Stellenwerttafel und das Hantieren mit dieser ist gefestigt [ZR100/8](#). Das Prinzip bzw. die Rechenstrategie „Tauschaufgabe*“ wird sicher angewandt. Die Bedeutung der Null* wird noch einmal bewusst gemacht [ZR100/15](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Folgendes Verständnis wird mit Anschauungsmaterial und sprachlicher Begleitung erarbeitet und gefestigt: Beim Multiplizieren mit Zehner- bzw. Hunderterzahlen wird die Zahl größer, vgl. dazu beim Dividieren wird sie kleiner.

Beim Multiplizieren mit 10 wird der Stellenwert um eins größer, z.B. aus Einern werden Zehner bzw. aus Zehnern werden Hunderter. Beim Multiplizieren mit 100 wird der Stellenwert um zwei größer, z.B. aus Einern werden Hunderter bzw. aus Zehnern werden Tausender.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Stellenwerttafel, Stellenwertmaterial

Sprache: der Einer/die Einer, der Zehner/die Zehner, der Hunderter/die Hunderter, der Stellenwert/die Stellenwerte, die Stelle/die Stellen, wird größer, wird um __ Stellen größer

Handlung: • Arbeit mit der Stellenwerttafel: In der Stellenwerttafel wird bei den Einern die Ziffer 1 notiert. Die Rechnung $10 \cdot 1$ wird aufgeschrieben. Nun wird das Ergebnis überlegt: „Wenn ich 10-mal einen Einer nehme, habe ich 10 Einer. Die tausche ich in eine Zehnerstange.“

Die Zahl 10 wird in der Stellenwerttafel eingetragen (siehe Bild).

Den Denkprozess mit Stellenwertmaterial verdeutlichen.

Nun wird bei den Einern z.B. die Ziffer 3 notiert. Die Rechnung $10 \cdot 3$ wird aufgeschrieben.

Das Ergebnis wird überlegt: „Wenn ich 10-mal drei Einer nehme, habe ich 30 Einer. Die tausche ich in drei Zehnerstangen.“

Die Zahl 30 wird in der Stellenwerttafel eingetragen.

Mathematisches Muster entdecken:

L: „Wenn du 10-mal rechnest, wird die Zahl größer oder kleiner?“ – K: „Die Zahl wird größer.“

L: „Was passiert mit dem Stellenwert?“ – K: „Die Einer werden zu Zehnern.“ – L: „Ja, der Stellenwert wird um eins größer.“

Ebenso werden Aufgaben mit 100-mal bearbeitet. Das mathematische Muster wird entdeckt.

K: „Die Einer werden zu Hundertern.“ – L: „Um wie viel wird der Stellenwert größer?“ –

K: „Der Stellenwert wird um zwei Stellen größer.“

- Arbeit mit größeren Zahlen

„Schöne Päckchen“* und ihre Tauschaufgaben* werden notiert und berechnet.

$10 \cdot 23 =$ „Die 2 Zehner werden zu 2 Hundertern. Die 3 Einer werden zu 3 Zehnern. Das Ergebnis ist 230.“

$23 \cdot 10 =$ „Ich rechne mal 10. Der Stellenwert wird um eins größer. Daher ist das Ergebnis 230.“

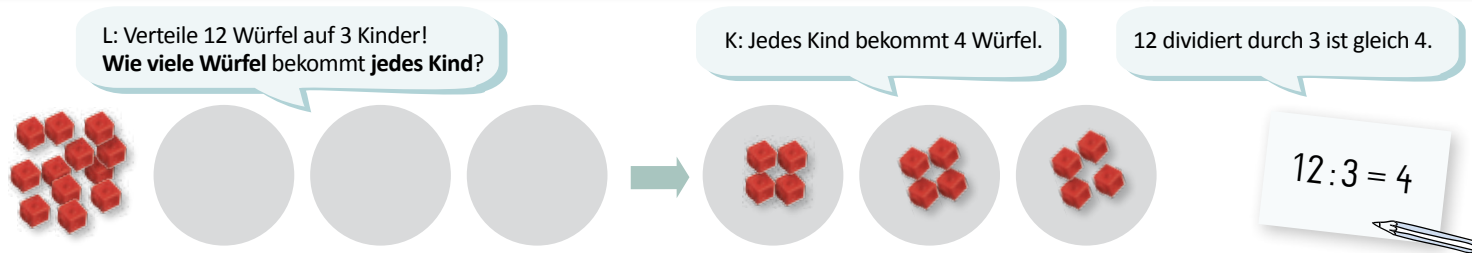
$100 \cdot 48 =$ „Die 4 Zehner werden zu 4 Tausendern. Die 8 Einer werden zu 8 Hundertern. Das Ergebnis ist 4 800.“

$48 \cdot 100 =$ „Ich rechne mal 100. Der Stellenwert wird um zwei größer. Daher ist das Ergebnis 4 800.“



So kann es WEITER gehen!

- Multiplizieren mit Stellenwerten im größeren Zahlenraum, z.B. $50 \cdot 3$, $50 \cdot 30$, $5\,000 \cdot 30$
- Multiplizieren mit Stellenwerten mit Dezimalzahlen



Wichtiges Wissen

Das Operationsverständnis der **Division als Teilen** ist den meisten Kindern aus Alltagssituationen bekannt. Eine Menge wird an eine bestimmte Anzahl von Personen verteilt. Die Frage: „**Wie viel bekommt jede Person?**“ wird beantwortet, $12 \text{ Würfel} : 3 = 4 \text{ Würfel}$ (siehe Bild). Beim Teilen ist die Gesamtmenge bekannt (12 Würfel) und die Anzahl der Teile ist vorgegeben (3 Personen).

Die Größe eines Teils wird bestimmt (Jede Person bekommt 4 Würfel.), d.h. „**Gesamtzahl: Anzahl der Teile = Größe eines Teils**“ (vgl. dazu Division als Messen [MR/22](#)). Um Sachaufgaben lösen zu können, müssen sowohl das Teilen als auch das Messen erarbeitet und verstanden werden. Hinweis: Die Division als Teilen ist die grundlegende mathematische Vorstellung für das Verständnis von Brüchen.

Stolpersteine vermeiden

Mengen quasi-simultan erfassen [ZR10/8](#) bzw. [ZR10/13](#)

Strukturierte Mengendarstellung [ZR10/13](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Damit sich das Operationsverständnis des Teilens bzw. die mathematische Denk-, Sprech- und Schreibweise entwickeln können, ist es notwendig, Aufgaben im kleinen Zahlenraum zu bearbeiten. Das sind zu Beginn Divisionen im Zahlenraum 20.

Durch das Übersetzen von der Alltagssprache in die Bildungssprache und weiter in die Fachsprache bzw. auch umgekehrt wird das Operationsverständnis aufgebaut und vertieft. „*Ich habe 6 Luftballons. Die schenke ich meinen drei Freundinnen. Jede Freundin bekommt zwei Luftballons.*“ – „*6 Ballons werden auf 3 Kinder verteilt. Jedes Kind bekommt 2 Ballons.*“ – „*Sechs dividiert durch drei ist gleich zwei.*“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel, „Tellerkreise“ für die Division (KV20) (siehe Bild)

Sprache: verteilen, jeder/jede/jedes, dividieren, dividiert durch, die Division, das Divisionszeichen;
Jedes Kind bekommt __. Jedes Kind hat __.

Handlung: • Teilen als Handlung erfahren (siehe Bild)

L: „Lege 12 Würfel auf den Tisch! – Verteile die Würfel an drei Kinder!“

Für jede Person wird ein „Tellerkreis“ aufgelegt. Nun teilt das Kind die Gesamtmenge auf.

L: „Wie viele Würfel bekommt jedes Kind?“

K: „Jedes Kind bekommt drei Würfel.“

L: „Was hast du gemacht?“

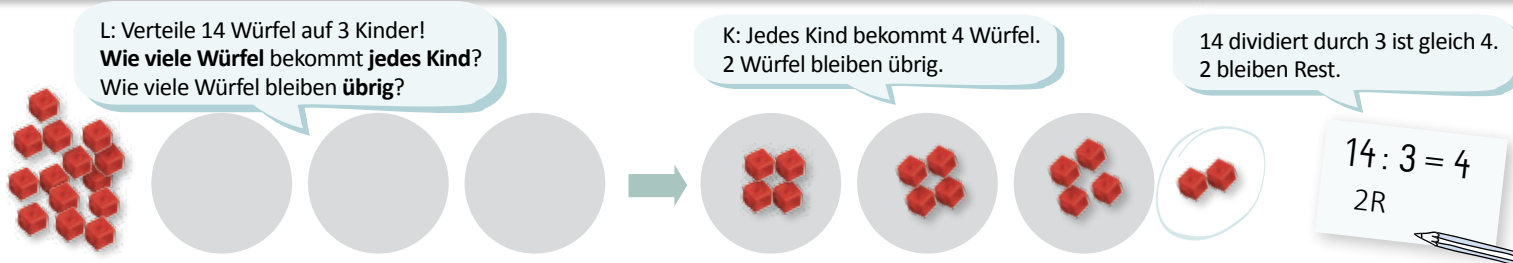
K: „Ich habe 12 Würfel auf 3 Kinder verteilt. Nun hat jedes Kind 4 Würfel.“

L: „Das Teilen nennen wir in der Mathematik dividieren. Die Rechnung heißt Division. Dafür verwenden wir das Divisionszeichen.“

Die Lehrperson schreibt das Zeichen auf und notiert die Rechnung $12 : 3 = 4$ und sagt:

„12 dividiert durch 3 ist gleich 4.“

- Weitere Aufgaben werden im Zahlenraum 20 bearbeitet, aus der Handlung heraus „berechnet“ und notiert.
- Eine Division wird aufgeschrieben. Das Kind „übersetzt“ die Rechnung in eine Handlung als „Teilen“, zeigt diese mit Material und beschreibt sie.



Wichtiges Wissen

Bei der Erarbeitung des Operationsverständnisses werden auch Aufgaben mit Rest angeboten. Diese werden mit Hilfe von Material gelöst und nicht im Kopf berechnet. Es geht vorrangig um das **Verständnis der Handlung** und das **Verständnis des Ergebnisses** und nicht um das Berechnen der Aufgabe.

Als Vorbereitung für die schriftliche Division wird der Rest unter die Zahl der Gesamtmenge geschrieben (siehe Bild).

Stolpersteine vermeiden

Das Operationsverständnis der Division als „Teilen“ ist erarbeitet MR/20.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Im kleinen Zahlenraum werden Divisionsaufgaben mit Rest gelegt und beschrieben. Durch das sprachliche Begleiten der Handlung wird das Verständnis für Aufgaben mit Rest aufgebaut. Zuerst beschreibt das Kind in der Alltagssprache seine Handlung. Die Lehrperson greift diese Sprache auf und „übersetzt“ sie in die Bildungssprache und in die mathematische Sprache. In einem weiteren Schritt bekommt auch das Kind zahlreiche Möglichkeiten, diese Fachsprache zu verwenden. „*Ich verteile 14 Würfel an drei Kinder. Jedes Kind bekommt 4 Würfel. 2 Würfel bleiben übrig.*“ – „*14 dividiert durch drei ist vier, zwei bleiben Rest.*“

Auch die „Rückübersetzung“ von der mathematischen Sprache in die Alltagssprache ist für den Aufbau des Verständnisses notwendig.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel, „Tellerkreise“ für die Division (KV20) (siehe Bild)

Sprache: verteilen, jeder/jede/jedes, die Division, der Rest, dividieren, dividiert durch, bleibt übrig;
Jedes Kind bekommt __. __ bleiben übrig.

Handlung: • Teilen mit Rest als Handlung erfahren (siehe Bild)

L: „Lege 14 Würfel auf den Tisch! Teile die Würfel auf drei Kinder auf!“

Für jede Person wird ein „Tellerkreis“ aufgelegt. Nun teilt das Kind die Gesamtmenge auf.

Was wird entdeckt: *„Wenn alle Würfel verteilt werden, bekommen die Kinder nicht gleich viele Würfel.“*

L: „Kannst du alle Würfel austeilen?“ – K: „Ja, aber ein Kind hat dann weniger.“

L: „Kannst du die Würfel so verteilen, dass alle Kinder gleich viele Würfel bekommen?“

Das Kind verteilt die Würfel auf die drei Kinder und zwei Würfel bleiben übrig.

L: „Wie viele Würfel bekommt ein Kind? Wie viele Würfel bleiben übrig?“

Das Kind überprüft die Anzahl der Würfel und stellt fest: *„Jedes Kind bekommt vier Würfel. Zwei Würfel bleiben übrig.“*

*L: „Wenn bei der Division etwas übrig bleibt, heißt das **Rest**. Eine Division mit Rest schreiben wir so auf: $14 : 3 = 4.$ “*

2R

L: „14 dividiert durch 3 ist gleich 4.“ – „2 bleiben Rest. Das R in der Rechnung steht für Rest.“

- Weitere Aufgaben werden im Zahlenraum 20 bearbeitet, aus der Handlung heraus „berechnet“ und notiert.
- Eine Division mit Rest wird aufgeschrieben. Das Kind „übersetzt“ die Rechnung in eine Handlung als „Teilen“, zeigt diese mit Material und beschreibt sie.

So kann es WEITER gehen!

- Division als Umkehraufgabe der Multiplikation MR/24 bis MR/26



Wichtiges Wissen

Das Operationsverständnis der Division als Messen ist für einige Kinder eine neue Denkweise, da überlegt wird, wie oft eine bestimmte Menge in einer Gesamtmenge enthalten ist. Daher ist es wichtig, das Messen mit zeitlichem Abstand zum Teilen zu erarbeiten. Aus einer Gesamtmenge werden gleich große Teile gebildet. Die Frage: „*Wie viele Teile sind es?*“ wird beantwortet, 12 Würfel : 3 Würfel = 4 (Bsp. siehe Bild). Beim Messen ist die Gesamtmenge bekannt (12 Würfel) und die Größe eines Teils ist vorgegeben („Dreier“). Die Anzahl der Teile wird bestimmt (Es sind 4 Teile.), d.h. „*Gesamtzahl : Größe eines Teils = Anzahl der Teile*“ (vgl. dazu Division als Teilen [MR/20](#)). Um Sachaufgaben lösen zu können, müssen sowohl das Messen als auch das Teilen erarbeitet und verstanden werden. Hinweis: Die Division als Messen ist als grundlegende Vorstellung für das Berechnen von Divisionen wesentlich! Dieses Verständnis ist ebenso die Voraussetzung für das Berechnen von Divisionen mit Bruch- und Dezimalzahlen.

Stolpersteine vermeiden

Mengen quasi-simultan erfassen [ZR10/8](#) bzw. [ZR10/13](#) – Strukturierte Mengendarstellung [ZR10/13](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Damit sich das Operationsverständnis des Messens bzw. die mathematische Denk-, Sprech- und Schreibweise entwickeln können, ist es notwendig, vielfältige Aufgaben mit Material darzustellen und zu beschreiben. Zu Beginn werden vor allem Aufgaben im kleineren Zahlenraum (z.B. Zahlenraum 20) bearbeitet. Durch das Übersetzen von der Alltagssprache in die Bildungssprache und weiter in die Fachsprache bzw. auch umgekehrt wird das Operationsverständnis aufgebaut und vertieft. „*Da sind 12 Würfel. Wie oft kann ich 3 nehmen? Das geht viermal. – Zwölf dividiert durch drei ist gleich vier.*“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel

Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, die Division, zweimal, dreimal, ... , bauen/bilden, dividieren, dividiert durch; Wie oft __? Ich habe __-mal __ Würfel genommen.

Handlung: • Messen als Handlung erfahren (siehe Bild)

L: „Lege 12 Würfel auf den Tisch!“ – L: „Wie viele Dreier kannst du daraus bauen/bilden?“ Oder: „Wie oft kannst du drei Würfel nehmen?“

Das Kind nimmt immer drei Würfel und steckt diese zusammen, sodass am Tisch 4 Dreier liegen.

L: „Wie oft hast du drei genommen?“ – K: „Ich habe 4-mal drei Würfel genommen.“ – L: „Du hast 4 Dreier gebaut.“

L: „Was hast du gemacht?“ – K: „Ich habe immer drei Würfel genommen. Das habe ich 4-mal gemacht.“

L: „Diese Handlung nennen wir in der Mathematik dividieren. Die Rechnung heißt Division. Dafür verwenden wir das Divisionszeichen.“

Die Lehrperson schreibt das Zeichen auf und notiert die Rechnung $12 : 3 = 4$ und sagt: „12 dividiert durch 3 ist gleich 4.“

K: „So eine Rechnung kenne ich schon. Wenn ich etwas teile, schreibe ich das auch so.“

Für das Kind kann es ungewohnt sein, dass die Denkweise des Messens als Rechnung genauso notiert wird wie das Teilen. Daher kann es sinnvoll sein, dies auch anlassbezogen zu thematisieren.

- Weitere Aufgaben werden im Zahlenraum 20 bearbeitet, aus der Handlung heraus „berechnet“ und notiert.
- Eine Division wird aufgeschrieben. Das Kind „übersetzt“ die Rechnung in eine Handlung als „Messen“, zeigt diese mit Material und beschreibt sie.

So kann es WEITER gehen!

- Operationsverständnis Division vertiefen – Teilen mit Rest [MR/23](#)

L: Da sind 14 Würfel!

Wie viele Dreier kannst du bauen?
Wie viele Würfel bleiben **übrig**?



K: Es sind 4 Dreier.

2 Würfel bleiben übrig.



14 dividiert durch 3 ist gleich 4.
2 bleiben Rest.

$$14 : 3 = 4 \\ 2R$$



Wichtiges Wissen

Für die Vorbereitung der schriftlichen Division ist es wichtig, dass auch das Messen mit Rest als eine Variante des Messens verstanden und nicht als isolierte neue Aufgabe gesehen wird. Aufgaben mit Rest werden mit Hilfe von Material gelöst und müssen nicht im Kopf berechnet werden können. Es geht vorrangig um das **Verständnis der Handlung** und das **Verständnis des Ergebnisses** und nicht um das Berechnen der Aufgabe.

Stolpersteine vermeiden

Das Operationsverständnis der Division als Messen ist erarbeitet [MR/22](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Im kleinen Zahlenraum werden Aufgaben mit Rest gelegt und beschrieben. Durch das sprachliche Begleiten der Handlung wird das Verständnis von Aufgaben mit Rest aufgebaut. Zuerst erzählt das Kind in seiner Sprache, was es legt. Die Lehrperson greift diese Sprache auf und „übersetzt“ sie in die Bildungssprache und in die mathematische Sprache. In einem weiteren Schritt bekommt auch das Kind zahlreiche Möglichkeiten, diese Fachsprache zu verwenden.

„Ich habe 14 Würfel. Ich gebe immer drei zusammen. Dann habe ich 4 Dreier und 2 Würfel bleiben übrig.“

„14 dividiert durch drei ist vier, zwei bleiben Rest.“

Auch die „Rückübersetzung“ von der mathematischen Sprache in die Alltagssprache ist für den Aufbau des Verständnisses notwendig.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel

Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, die Division, der Rest, zweimal, dreimal, ... , bauen, dividieren, dividiert durch, bleibt übrig; Wie oft __? Da liegen __ und noch __ dazu. __ bleibt Rest. Es bleiben __ Rest.

Handlung: • Messen mit Rest als Handlung erfahren (siehe Bild)

L: „Lege 14 Würfel auf den Tisch!“ – L: „Wie viele Dreier kannst du daraus bauen?“ Oder: „Wie oft kannst du drei Würfel nehmen?“

Das Kind nimmt immer drei Würfel und steckt diese zusammen. Das Kind entdeckt, dass zwei Würfel übrig bleiben.

L: „Was liegt nun am Tisch?“ – K: „Da liegen 4 Dreier und noch zwei Würfel dazu.“

*L: „Wenn bei der Division etwas übrig bleibt, heißt das **Rest**. Eine Division mit Rest schreiben wir so auf: $14 : 3 = 4$ “*
2R

L: „14 dividiert durch 3 ist gleich 4.“ – „2 bleiben Rest. Das R in der Rechnung steht für Rest.“

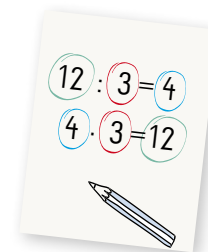
- Weitere Aufgaben werden im Zahlenraum 20 bearbeitet, aus der Handlung heraus „berechnet“ und notiert.
- Eine Division mit Rest wird aufgeschrieben. Das Kind „übersetzt“ die Rechnung in eine Handlung als „Messen“, zeigt diese mit Material und beschreibt sie.

Division als Umkehraufgabe der Multiplikation (ohne Rest)

L: Da sind 12 Würfel.
Wie viele Dreier kannst du bauen?



K: Es sind 4 Dreier.
Ich sehe 4-mal einen Dreier.
Das ist 4-mal 3.



Wichtiges Wissen

Zum Berechnen von Divisionen wird meist auf die passende Malrechnung zurückgegriffen. Dies ist nur möglich, wenn der **Zusammenhang** von Multiplikation und Division verstanden ist und die Malrechnungen ausreichend automatisiert sind.

Bei diesen Aufgaben ist die Division als Messen zu denken. Nur so kann die passende Umkehraufgabe als Multiplikation genannt werden. Das Verständnis der Division als Umkehraufgabe der Multiplikation wird handelnd und sprachlich aufgebaut.

Stolpersteine vermeiden

Das Verständnis für Umkehraufgaben wurde bereits im Zahlenraum 10 bei der Addition und Subtraktion aufgebaut, z.B. $5 + 3 = 8 \rightarrow 8 - 3 = 5$; „*Zuerst gebe ich drei dazu. Dann nehme ich drei weg.*“ $\rightarrow$ Umkehraufgaben – Addition und Subtraktion [ZR10/27](#)

Das Operationsverständnis der Multiplikation ist ausreichend entwickelt [MR/1](#) bis [MR/4](#).

Multiplikationen sind weitgehend automatisiert [MR/8](#) bis [MR/17](#). Das Operationsverständnis der Division als Messen ist erarbeitet [MR/22](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Der Zusammenhang von Multiplikation und Division wird bewusst gemacht und das Verständnis der Umkehraufgabe aufgebaut. Die Division wird als Handlung des Messens durchgeführt und das dargestellte Ergebnis als Multiplikation beschrieben.

z.B. $12 : 3 =$ „*Wie viele Dreier kann ich bauen?*“ – „*Ich kann 4 Dreier bauen.*“ – „*Ich sehe 4-mal einen Dreier.*“ – „*4-mal 3 ist 12.*“

Division und Multiplikation werden untereinander notiert, um den Zusammenhang zu verdeutlichen (siehe Bild).

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel

Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, die Rechnung, die Division, die Multiplikation, die Umkehraufgabe, dividiert durch, 2-mal, 3-mal, ... ; Wie oft ___?

Handlung: • **Division als Messen darstellen** (siehe Bild)

L: „*Lege 12 Würfel auf den Tisch!*“ – L: „*Wie viele Dreier kannst du daraus bauen?*“

Oder: „*Wie oft kannst du drei Würfel nehmen?*“

Das Kind nimmt immer drei Würfel und steckt diese zusammen, sodass am Tisch 4 Dreier liegen.

L: „*Wie oft hast du drei genommen?*“ – K: „*Ich habe 4-mal drei Würfel genommen.*“ – L: „*Du hast 4 Dreier gebaut.*“

L: „*Wie heißt die Rechnung?*“ – K: „*12 dividiert durch 3 ist gleich 4.*“

L: „*Schreibe die Rechnung auf!*“ – Das Kind notiert $12 : 3 = 4$.

• **Umkehraufgaben bewusst machen**

L: „*Was kannst du hier sehen?*“ – K: „*Hier liegen 4 Dreier.*“

L: „*Kannst du dazu eine Malrechnung finden?*“ – K: „*4-mal 3 Würfel. $4 \cdot 3 = 12$.*“

Die Malrechnung wird unter der Division notiert.

Der Zusammenhang von Division und Multiplikation wird bewusst gemacht (farbliche Unterstützung siehe Bild).

L: „*Die passende Malrechnung zu einer Division nennt man Umkehraufgabe.*“

L: „*Und die passende Division zu einer Multiplikation ist auch eine Umkehraufgabe.*“

• Weitere Divisionen werden mit Material dargestellt.

Die Division und die Umkehraufgabe werden untereinander notiert.



So kann es WEITER gehen!

- Divisionen im Zahlenraum 20 berechnen [MR/27](#)
- Division als Umkehraufgabe der Multiplikation (mit Rest) [MR/25](#)

Division als Umkehraufgabe der Multiplikation (mit Rest)

FÖRDERUNG **MR/25**

L: Da sind 14 Würfel!

Wie viele Dreier kannst du bauen?
Wie viele Würfel bleiben **übrig**?



K: 12 dividiert durch 3 ist gleich 4.
2 bleiben Rest.



Da sind 4 Dreier und noch 2 dazu.

$$14 : 3 = 4$$

2R

$$4 \cdot 3 = 12$$

$$12 + 2 = 14$$



Wichtiges Wissen

Bei der Division mit Rest muss bei der Umkehraufgabe der Rest als Teil der Gesamtsumme mitgerechnet werden. Mit Material wird die Division als Messen gelegt. Aus dieser Darstellung heraus wird die Umkehraufgabe formuliert. Zum Ergebnis der Multiplikation muss der Rest addiert werden. Dabei steht das Verständnis und nicht das automatisierte Rechnen im Vordergrund.

Stolpersteine vermeiden

Das Verständnis für Umkehraufgaben wurde bereits im Zahlenraum 10 bei der Addition und Subtraktion aufgebaut, z.B. $5 + 3 = 8 \rightarrow 8 - 3 = 5$.

„Zuerst gebe ich drei dazu. Dann nehme ich drei weg.“ $\rightarrow$ Umkehraufgaben – Addition und Subtraktion ZR10/27

Das Operationsverständnis der Multiplikation ist ausreichend entwickelt MR/1 bis MR/4.

Multiplikationen sind weitgehend automatisiert MR/8 bis MR/17.

Das Operationsverständnis der Division als Messen mit Rest ist erarbeitet MR/23.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Eine Division mit Rest wird als Handlung durchgeführt, z.B. aus 14 Würfeln werden Dreier gebildet. Das dargestellte Ergebnis wird beschrieben: „Da sind 4 Dreier und noch 2 dazu.“ (siehe Bild) Die Division mit Rest wird notiert. Darunter werden die passende Multiplikation und die Addition mit dem Rest dazu geschrieben.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel

Sprache: der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, die Rechnung, die Division, die Multiplikation, die Umkehraufgabe, der Rest, dividiert durch, 2-mal, 3-mal, ...; Wie oft ___?

Handlung: • **Dividieren mit Rest als Messen darstellen** (siehe Bild)

L: „*Lege 14 Würfel auf den Tisch!*“ – L: „*Wie viele Dreier kannst du daraus bauen?*“

Oder: „*Wie oft kannst du drei Würfel nehmen?*“

Das Kind nimmt immer drei Würfel und steckt diese zusammen. Das Kind entdeckt, dass zwei Würfel übrig bleiben.

L: „*Was liegt nun am Tisch?*“ – K: „*Da liegen 4 Dreier und noch zwei Würfel dazu.*“

L: „*Wie heißt die Rechnung?*“ – K: „*14 dividiert durch 3 ist gleich 4. – 2 bleiben Rest.*“

L: „*Schreibe die Rechnung auf!*“ – Das Kind notiert die Rechnung. $14 : 3 = 4$
2R

- **Umkehraufgabe bewusst machen**

L: „*Was kannst du hier sehen?*“ – K: „*Hier liegen 4 Dreier und noch 2 dazu.*“

L: „*Kannst du dazu eine Malrechnung finden?*“ – K: „*4-mal 3 ist 12!*“

L: „*Wie viele Würfel sind es insgesamt?*“ – K: „*Da sind 12 Würfel und noch 2 dazu. Zusammen sind es 14.*“

Die Rechnungen werden auch dazu notiert: $4 \cdot 3 = 12$; $12 + 2 = 14$ (farbliche Unterstützung siehe Bild)

Der Zusammenhang von Division mit Rest und Multiplikation mit Addition des Rests wird bewusst gemacht.

- Weitere Divisionen mit Rest werden mit Material dargestellt.

Die Division mit Rest und die Multiplikation mit Addition des Rests werden notiert.



So kann es WEITER gehen!

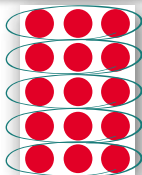
- Umkehraufgaben und Tauschaufgaben* im Punktefeld* [MR/26](#)
- Divisionen berechnen [MR/27](#) und [MR/30](#)

Umkehraufgaben und Tauschaufgaben im Punktefeld

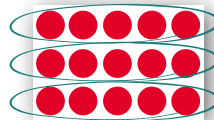
FÖRDERUNG **MR/26**

So sehe ich eine Malrechnung.
Das sind 5 Dreier. Das ist 5-mal 3.
5-mal 3 ist gleich 15.

So sehe ich die Division,
die Umkehraufgabe: Da sind 5 Dreier.
15 dividiert durch 3 ist gleich 5.



$$\begin{array}{l} 5 \cdot 3 = 15 \\ 15 : 3 = 5 \end{array}$$



So sehe ich eine Malrechnung.
Das sind 3 Fünfer. Das ist 3-mal 5.
3-mal 5 ist gleich 15.

So sehe ich die Division,
die Umkehraufgabe: Da sind 3 Fünfer.
15 dividiert durch 5 ist gleich 3.

$$\begin{array}{l} 3 \cdot 5 = 15 \\ 15 : 5 = 3 \end{array}$$

Wichtiges Wissen

Als Vorbereitung für das automatisierte Berechnen von Divisionen wird mit Hilfe des Punktefeldes* der Zusammenhang von Multiplikation und Division vertieft.

Zu einer Multiplikation wird die Tauschaufgabe* gefunden. Zu beiden Multiplikationen werden die Umkehraufgaben genannt.

Stolpersteine vermeiden

Operationsverständnis der Multiplikation ist ausreichend entwickelt MR/1 bis MR/4.

Multiplikationen sind weitgehend automatisiert MR/8 bis MR/17.

Operationsverständnis der Division als Messen ist erarbeitet MR/22.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Mit Hilfe des Punktefeldes wird das vernetzte Denken von Multiplikationen und Divisionen aufgebaut bzw. vertieft.

Durch die bildliche Darstellung, das Versprachlichen des Denkprozesses und das Formulieren der Rechnung werden die Zusammenhänge bewusst gemacht und können so für das Lösen von Divisionen genutzt werden.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Punktefelder*,

Sprache: das Punktefeld, der Zweier, der Dreier, ..., der Zehner, die Malrechnung, die Multiplikation, die Division, die Rechnung, die Umkehraufgabe, zweimal, dreimal, ... ; Wie oft ___?

Handlung: • Zu einem Punktefeld wird vom Kind eine passende Malrechnung formuliert (siehe Bild).

K: „Das sind 5 Dreier. Das ist 5-mal 3. 5-mal 3 ist 15.“

L: „Wie heißt die Umkehraufgabe zur Malrechnung?“

K: „Ich sehe 5 Dreier. Die Division heißt: 15 dividiert durch 3 ist 5.“

Beide Aufgaben werden notiert.

- Die Tauschaufgabe* im Punktefeld erkennen

Das Punktefeld wird gedreht, sodass die Tauschaufgabe sichtbar wird.

Die Multiplikation wird genannt: „Das sind 3 Fünfer. 3-mal 5 ist 15.“

Auch die Umkehraufgabe wird formuliert: „15 dividiert durch 5 ist 3.“

Beide Aufgaben werden notiert.

- Zu unterschiedlichen Punktefeldern werden alle vier Aufgaben genannt und notiert (zwei Multiplikationen, zwei Divisionen).

Variante: • Tripelzahlen

Drei Zahlen werden angeboten, z.B. 3, 8, 24.

Zwei Malrechnungen und zwei Divisionsaufgaben werden mit diesen Zahlen gebildet.

$3 \cdot 8 = 24$, $8 \cdot 3 = 24$, $24 : 3 = 8$, $24 : 8 = 3$

So kann es WEITER gehen! 

• Divisionen berechnen (ohne und mit Rest) MR/27 bis MR/30

$$\begin{array}{l} 8 : 2 = \underline{\quad} \\ \underline{\quad} \cdot 2 = 8 \end{array}$$

Ich denke: Wie viel mal 2 ist 8?
4-mal 2 ist 8.
Also: 8 dividiert durch 2 ist gleich 4 (-mal).

Wichtiges Wissen

Wenn der Zusammenhang von Division und Multiplikation verstanden ist und die Multiplikationen ausreichend abgesichert sind, können Divisionen im Zahlenraum 20 einfach berechnet und automatisiert werden.

Stolpersteine vermeiden

Multiplikationen sind weitgehend automatisiert MR/8 bis MR/17.

Das Operationsverständnis der Division als Messen ist erarbeitet MR/22.

Das Verständnis der Division als Umkehraufgabe der Multiplikation ist entwickelt MR/24 und MR/26.

Treten Fehler bzw. Verständnisschwierigkeiten auf, werden Aufgaben im Zahlenraum 20 mit Material gelegt und sprachlich begleitet.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Der Zusammenhang von Division und Multiplikation wird für das Berechnen von Divisionen genutzt: z.B.

„Bei $12 : 3$ denke ich an: Wie viel mal 3 ist 12? Ich weiß 4-mal 3 ist 12. Daher ist 12 dividiert durch 3 gleich 4(-mal).“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Rechenkarten der Eins-durch-Eins-Tafel*

Sprache: die Nachbaraufgabe, dividieren, ist gleich; Wie viel mal ___ ist ___?

Handlung: • **Divisionen im Zahlenraum 20 berechnen**

4 : 2, 6 : 2, 6 : 3, 8 : 2, 8 : 4, 10 : 2, 10 : 5, 12 : 2, 12 : 3, 12 : 4, 12 : 6, 14 : 2, 14 : 7, 15 : 3, 15 : 5,
16 : 2, 16 : 4, 16 : 8, 18 : 2, 18 : 3, 18 : 6, 18 : 9, 20 : 2, 20 : 4, 20 : 5, 20 : 10

Eine Division wird aufgeschrieben. Die passende Umkehraufgabe wird notiert und die Division gelöst.

z.B. $8 : 2 =$ → $_ \cdot 2 = 8$ „Ich denke: Wie viel mal 2 ist 8?“ – „4-mal 2 ist 8. Also: 8 dividiert durch 2 ist gleich 4 (-mal).“
„Ich nehme 4-mal einen Zweier, damit ich 8 habe.“

- **„Schönes Päckchen“* – Nachbaraufgaben* im Zahlenraum 20**

Z.B. werden folgende Divisionen untereinander notiert:

$$6 : 2 = \qquad \qquad \qquad 8 : 4 =$$

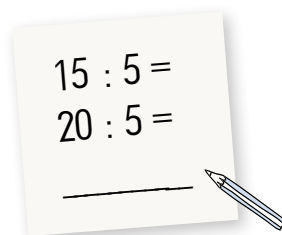
$$8 : 2 = \qquad \qquad \qquad 12 : 4 =$$

- **„Schönes Päckchen“ fortsetzen**

Ein „schönes Päckchen“ wird notiert, gelöst und fortgesetzt: „Wie heißt die nächste Rechnung?“

$$12 : 3 =$$

$$15 : 3 =$$



Wie heißt die nächste Rechnung?

Wichtiges Wissen

Divisionsaufgaben werden nicht wahllos, sondern strukturiert angeboten und bearbeitet (z.B. „schöne Päckchen“*). Durch das Finden der größeren und kleineren Nachbargaufgaben* werden Beziehungen zwischen den Divisionen erkannt. Diese Beziehungen werden für das Automatisieren von Divisionen genutzt.

Stolpersteine vermeiden

Multiplikationen sind weitgehend automatisiert MR/8 bis MR/17.

Das Verständnis der Division als Umkehraufgabe der Multiplikation ist entwickelt MR/24 und MR/26.

Sollten Kinder Divisionen als Tauschaufgabe* notieren, z.B. $12 : 3 = \rightarrow 3 : 12$, wird dieser Fehler aufgegriffen und mit Hilfe von Material das Operationsverständnis geklärt.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Für das Finden der passenden Nachbargaufgaben* (größere bzw. kleinere) muss das Muster des Päckchen erkannt und beschrieben werden.

z. B. $15 : 5 =$ L: „Was fällt dir auf?“

$20 : 5 =$ K: „Die erste Zahl wird immer um 5 größer. Die zweite Zahl bleibt immer gleich.“

_____ L: „Was fällt dir beim Ergebnis auf?“

K: „Das Ergebnis wird immer um eins mehr.“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Rechenkarten der Eins-durch-eins-Tafel*

Sprache: die Nachbaraufgabe, dividieren, ist gleich; Wie viel mal __ ist __?

- Handlung:**
- Einfache Divisionen berechnen: z.B. $3 : 3$, $30 : 3$, $30 : 10$
Eine Division wird aufgeschrieben. Die passende Umkehraufgabe wird überlegt oder notiert und die Division gelöst.
z.B. $8 : 8 = \rightarrow _ \cdot 8 = 8$ „Ich denke: Wie viel mal 8 ist 8?“
z.B. $80 : 8 = \rightarrow _ \cdot 8 = 80$ „Ich denke: Wie viel mal 8 ist 80?“ – „Ich nehme 10-mal einen Achter, damit ich 80 habe.“
 - „Schöne Päckchen“* – größere Nachbaraufgabe* finden:
Ein „schönes Päckchen“ wird notiert, gelöst und fortgesetzt: „Wie heißt die nächste Rechnung?“

- „Schönes Päckchen“ – kleinere und größere Nachbaraufgabe finden:
- Zusammenhang „dividiert durch 10“ und „dividiert durch 9“ erkennen:

z.B. $80 : 8 =$ $60 : 6 =$

$72 : 8 =$ $54 : 6 =$

Weitere Aufgaben selber finden: z.B.

$30 : 3 =$

$24 : 4 =$

$15 : 5 =$
 $20 : 5 =$

- Aufgaben mit $: 1$ bzw. Ergebnis 1 bewusst thematisieren (z.B. $5 : 1$ bzw. $5 : 5$).
- Aufgaben, die nicht automatisiert sind, werden je auf eine Karteikarte Größe A7 geschrieben. Auf der Rückseite wird die Malrechnung notiert: z.B. Vorderseite $28 : 4 =$, Rückseite $7 \cdot 4 =$. Die Karten werden gemeinsam mit dem Kind erarbeitet und zum regelmäßigen Üben verwendet. „Vom Einfachen zum Schwierigen“: Divisionen im Zahlenraum 30 automatisieren, dann im Zahlenraum 40 usw.

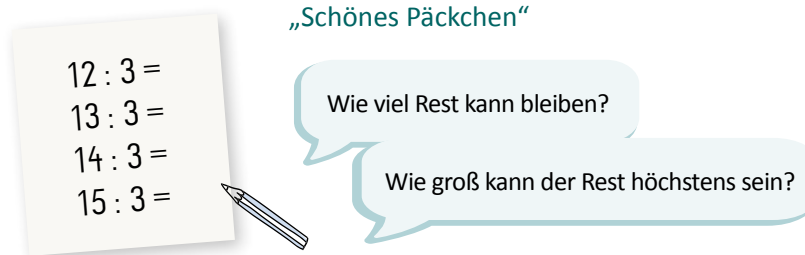
Variante: Zusammenhänge erkennen – „Was fällt dir auf?“

z.B. $24 : 4 =$ $12 : 2 =$

$24 : 8 =$ $12 : 4 =$

So kann es WEITER gehen!

- Divisionen mit Rest MR/29 und MR/30



Wichtiges Wissen

An Beispielen von „schönen Päckchen“* wird die Veränderung und Bedeutung des Rests bei der Division bearbeitet. Voraussetzung für ein sicheres Berechnen ist, dass das Verständnis der Division als Messen und der Division als Umkehraufgabe der Multiplikation aufgebaut ist.

Stolpersteine vermeiden

Division als Umkehraufgabe der Multiplikation (mit Rest) MR/25

Beim Berechnen von Aufgaben mit Rest können Unsicherheiten auftreten.

z.B. $27 : 5$ K: „Denke ich jetzt an 25 oder an 30?“ Das Kind ist unsicher, welche Malrechnung es zur Lösung nutzen kann.

→ Das Operationsverständnis von Divisionen mit Rest wird mit Material noch einmal verdeutlicht.

Treten Fehler bzw. Verständnisschwierigkeiten auf, werden Aufgaben im Zahlenraum 20 mit Material gelegt und sprachlich begleitet.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Das Verständnis wird aufgebaut, indem das Kind seine Entdeckungen beschreibt, z.B. „Bei dividiert durch 5 ist der Rest nie 5 oder größer.“

Durch Fragen der Lehrperson wird dieses Verständnis vertieft, z.B.: „Warum ist der Rest nie 5?“ – K: „Wenn 5 Rest bleibt, ist das ja ein Fünfer. Dann geht es sich noch einmal aus und das Ergebnis ist um eins größer.“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift

Hinweis: Genügend Abstand zwischen den Divisionen lassen, damit der Rest notiert werden kann!

Sprache: die erste Zahl, die zweite Zahl, das Ergebnis, der Rest, verändert sich, bleibt gleich, wie groß

Handlung: • Ein „schönes Päckchen“* wird vom Kind selbstständig fortgesetzt und Zusammenhänge werden beschrieben.

12 : 3 = L: „Was kannst du bei dem „schönen Päckchen“ entdecken?“

K: „Die erste Zahl wird immer um eins mehr. Die zweite Zahl bleibt gleich.“

13 : 3 = L: „Rechne nun die Divisionen aus. Was kannst du beim Ergebnis entdecken? Wie verändert sich der Rest?“

K: „Die eine Zahl bleibt zuerst gleich. Nur der Rest wird um eins mehr.“

14 : 3 = L: „Wie groß kann der Rest bei dividiert durch 3 sein?

K: „Bei dividiert durch 3 ist der Rest 0, 1 oder 2.“

15 : 3 =

- Den Rest bei anderen Divisionsreihen entdecken

L: „Hast du eine Vermutung, wie groß der Rest bei dividiert durch 4 sein kann?“

K: „Ich vermute, der Rest kann 0, 1, 2 oder 3 sein.“

L: „Kannst du das mit einem „schönen Päckchen“ zeigen?“

Das Kind notiert ein solches Päckchen (siehe oben).

L: „Warum kann der Rest nicht 4 sein?“

K: „Na, da geht es ja noch einmal.“

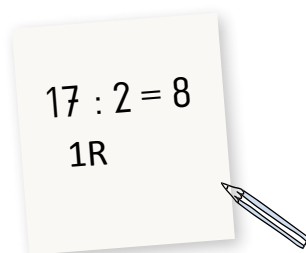
Möglicher Fehler: 24 : 4 = 5 L: „Kann bei dieser Division 4 Rest bleiben?“

4R

K: „Nein, mit 4 Rest kann ich noch einmal einen Vierer bauen.

Daher ist das Ergebnis 6 (-mal) und 0 Rest.“

- Mit einfacheren bzw. automatisierten Divisionen (z.B. : 2, : 5, : 3, : 4) beginnen. Erst dann auch schwierigere Aufgaben bearbeiten (z.B. : 6, : 7 und : 8).



Bei 17 dividiert durch 2 denke ich an 16 dividiert durch 2. Das ist 8.
8-mal 2 ist 16 und 1 ist 17.
Also bleibt 1 Rest.

Wichtiges Wissen

Divisionen mit Rest werden nicht wahllos, sondern nach Schwierigkeitsgrad angeboten und bearbeitet. – „An Bekanntes anknüpfen“
→ gesicherte Malrechnungen bzw. „Vom Einfachen zum Schwierigen“ → Aufgaben z.B. : 2, : 5, dann erst : 7, : 8.
Das Berechnen von Divisionen mit Rest bereitet die schriftliche Division vor.

Stolpersteine vermeiden

Divisionen mit Rest wurden im kleinen Zahlenraum bearbeitet und die Bedeutung der einzelnen Zahlen thematisiert:

$17 : 5 = 3$ 2R „Ich habe 17 Würfel. Ich nehme immer 5 Würfel zusammen. Das kann ich 3-mal machen. 2 Würfel bleiben übrig.“

Schwierigkeitsgrad der Rechnungen beachten: Beim Dividieren durch größere Zahlen (größerer Divisor z.B. 6, 7, 8, 9) wird die Berechnung des Rests oft als schwieriger erachtet, da die Differenz größer ist und für die Berechnung manchmal eine Überschreitung notwendig ist, z.B. $41 : 7$.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

$17 : 5 =$ L: „Welche Division kann dir helfen?“ Oder: „Welche Malrechnung kann dir helfen?“ Oder: „An welche Zahl denkst du?“
K: „Ich denke an $15 : 5$.“ Oder: „3-mal 5 ist gleich 15.“ Oder: „Ich denke an 15.“
L: „Wie viel bleibt Rest? Wie musst du denken?“ – K: „3-mal 5 ist 15 und 2 dazu ist 17. Also bleibt 2 Rest.“

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift

Hinweis: Genügend Abstand zwischen den Divisionen lassen, damit der Rest notiert werden kann!

Sprache: die Division, die Malrechnung, die Multiplikation, der Rest, dividiert durch, mal;

Ich denke an ____ . Z.B.: „Ich denke an 8-mal 2 ist 16 und 1 ist 17, 1 Rest.“

Handlung: • Divisionen mit Rest – Divisionen durch dieselbe Zahl (gleicher Divisor)

Aufgaben werden ungeordnet angeboten und vom Kind berechnet.

14 : 2 = L: „Welche Division kann dir helfen?“ Oder: „Welche Malrechnung kann dir helfen?“

Oder: „An welche Zahl denkst du?“

17 : 2 = K: „Bei 17 dividiert durch 2 denke ich an 16 dividiert durch 2. Das ist acht. 8-mal 2 ist 16 und 1 ist 17. Also bleibt 1 Rest.“

9 : 2 =

12 : 2 =

usw.

• Aufgaben mit Rest – Divisionen durch zwei oder drei verschiedene Zahlen (zwei oder drei unterschiedliche Divisoren)

Aufgaben werden ungeordnet angeboten und vom Kind berechnet.

14 : 5 =

19 : 2 =

23 : 4 =

• „Schönes Päckchen“* – Gleiche Gesamtmenge mit unterschiedlichen Divisoren

25 : 3 =

25 : 4 =

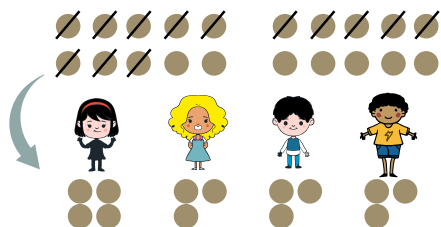
25 : 5 =

usw.

25 : 9 =

Divisionen und Sachaufgaben

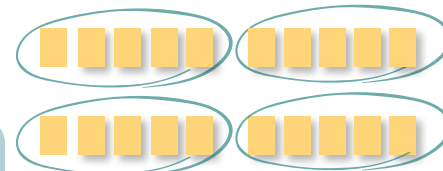
Sachaufgabe Teilen



In einer Packung sind 20 Kekse.
Vier Kinder teilen sich die Kekse.
Wie viele bekommt jedes Kind?

Ein Spiel hat 20 Karten.
Jedes Kind soll 5 Karten bekommen.
Wie viele Kinder können mitspielen?

Sachaufgabe Messen



Wichtiges Wissen

Mit Hilfe von Sachaufgaben wird das Operationsverständnis der Division als Teilen und Messen vertieft. Fragestellungen aus dem Alltag werden mit Hilfe der Mathematik gelöst und somit die Bedeutung der Mathematik im Alltag bewusst gemacht.

Sachaufgaben werden zuerst im kleinen Zahlenraum (z.B. ZR 10) angeboten und zu Beginn mit Material verdeutlicht.

Im nächsten Schritt kann die gleiche Aufgabe mit größeren Zahlen angeboten werden. Die Erkenntnis wird aus dem kleinen Zahlenraum nun auf den größeren Zahlenraum übertragen.

Stolpersteine vermeiden

Das Operationsverständnis und die Rechenstrategien* zur Division sind erarbeitet und geübt: MR/20 bis MR/30

Um Sachaufgaben mit Divisionen bearbeiten zu können, müssen folgende Begriffe geklärt sein:

die Hälfte, geteilt, wie viele, wie oft, jeder, in jeder, für jede, jedes Mal, je, zu je, pro, insgesamt.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Sachaufgaben werden in unterschiedlichen Darstellungsformen angeboten und in verschiedene Darstellungsformen „übersetzt“:

Aufgaben werden in Alltags- oder Fachsprache formuliert, in einer Handlung verdeutlicht und/oder bildlich als Skizze* dargestellt.

Eine passende Rechnung wird formuliert und berechnet. Nach dem Erstellen des Ergebnisses wird überprüft, ob dieses zu der Berechnung und dem Inhalt passt. Anschließend wird eine Antwort formuliert. Ebenso kann zu einer Division eine passende Handlung oder bildliche Darstellung gefunden und eine Sachaufgabe sprachlich formuliert werden.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Steckwürfel

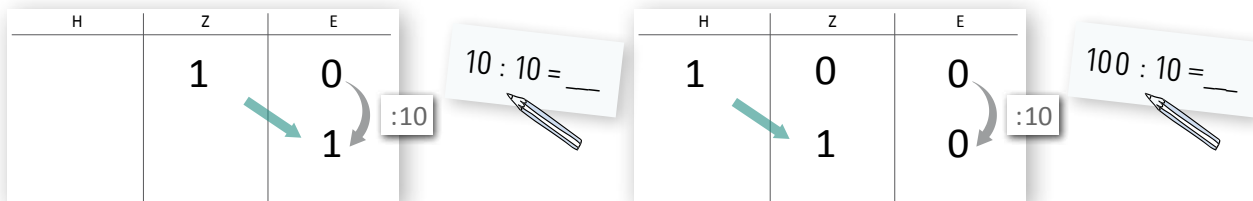
Sprache: die Hälfte, geteilt, wie viele, wie oft, jeder, in jeder, für jede, jedes Mal, je, zu je, pro, insgesamt;
Wortschatz für das Verständnis der Sachaufgaben

Handlung: Die beiden Aspekte des Divisionsverständnisses bearbeiten – evtl. Sachaufgaben legen und bildlich darstellen

- Division als **Teilen** – In einer Packung sind 20 Kekse. Vier Kinder teilen sich die Kekse. Wie viele bekommt jedes Kind?
– 18 Karten werden an 3 Kinder verteilt. Wie viele bekommt jedes Kind?
– Mama hat 14 € und teilt diese auf ihre beiden Kinder auf. Wie viel € bekommt jedes Kind?
– In einer Klasse sind 24 Kinder. Die Lehrperson sagt: „**Bildet vier Gruppen!**“ Wie viele Kinder sind in einer Gruppe?
- Division als **Messen** – Ein Spiel hat 20 Karten. Jedes Kind soll 5 Karten bekommen. Wie viele Kinder können mitspielen?
– Die Kinder schmücken die Klasse. Sie haben 15 Blumen. In jede Vase kommen 5 Blumen. Wie viele Vasen brauchen sie?
– In einer Klasse sind 24 Kinder. Die Lehrperson sagt: „**Bildet Vierer-Gruppen!**“ Wie viele Gruppen werden gebildet?
- Sachaufgaben zur Division mit spezifischen **mathematischen Wörtern**
 - Oma hat einen Bauernhof. In den letzten Tagen haben die Hühner insgesamt 30 Eier gelegt. Oma packt die Eier in Schachteln. Sie gibt **jedes Mal** 6 Eier in eine Schachtel. **Wie oft** kann Oma eine Schachtel füllen?
 - Amir hat 15 € gespart. Er möchte sich Comic-Hefte kaufen. **Pro** Heft zahlt er 3 €. **Wie viele** Hefte kann er sich kaufen?
 - Wir haben 24 Krapfen gebacken. Je 4 kommen in eine Packung. Wie viele Packungen sind das?
 - Sara hat einen Hund. Sie kauft für ihn einen Sack mit Leckerli. In einem Sack sind 12 Stück. **Jeden** Tag gibt sie ihrem Hund zwei Leckerli. Für wie viele Tage reicht der Sack?
 - Die zweiten Klassen machen gemeinsam ein Sportfest. Insgesamt sind es 72 Kinder. Sie bilden Gruppen **zu je** 8 Kindern. Wie viele Gruppen sind es?
- Divisionen **mit Rest** – Sachaufgaben lösen
Die Gesamtmenge wird so gewählt, dass beim Dividieren als Teilen oder Messen ein Rest bleibt.

So kann es WEITER gehen!

- Zu Divisionen Sachaufgaben formulieren
- Sachaufgaben – Rechenoperationen finden MR/33
- Sachaufgaben – Mathematische Informationen MR/34



Wichtiges Wissen

Beim Dividieren durch 10 bzw. 100 verändert sich der Stellenwert einer Ziffer, z.B. ein Zehner dividiert durch 10 ist ein Einer.

Die Vorstellung, dass eine oder zwei Nullen (weg)gestrichen werden, greift zu kurz.

Spätestens beim Rechnen mit Dezimalzahlen treten mit dieser Vorstellung Fehler auf (z.B. $3,40 \text{ €} : 10 = 3,4 \text{ €}$).

Das Dividieren durch 10 bzw. 100 ist Voraussetzung dafür, dass auch Aufgaben, wie z.B. $160 : 40$ bzw. $1\,500 : 30$, gelöst werden können.

Stolpersteine vermeiden

Die Bedeutung der Zusammenhänge der Stellenwerte ist automatisiert: $1 \text{ Z} = 10 \text{ E}$, $1 \text{ H} = 10 \text{ Z}$ bzw. $1 \text{ H} = 100 \text{ E}$, $1 \text{ T} = 100 \text{ Z}$ usw.

Das Verständnis der Stellenwerttafel und das Hantieren mit dieser ist gefestigt [ZR100/8](#).

Die Bedeutung der Null* wird noch einmal bewusst gemacht [ZR100/15](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Folgendes Verständnis wird mit Anschauungsmaterial und sprachlicher Begleitung erarbeitet und gefestigt:

Beim Dividieren durch Zehner- bzw. Hunderterzahlen wird die Zahl kleiner, vgl. dazu beim Multiplizieren wird sie größer.

Beim Dividieren durch 10 wird der **Stellenwert** um eins **kleiner**: Aus Zehnern werden Einer bzw. aus Hundertern werden Zehner.

Beim Dividieren durch 100 wird der Stellenwert um zwei kleiner: Aus Hundertern werden Einer bzw. aus Tausendern werden Zehner.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, Stellenwerttafel, Stellenwertmaterial

Sprache: der Einer/die Einer, der Zehner/die Zehner, der Hunderter/die Hunderter, der Stellenwert, wird kleiner, wird um ___ Stellen kleiner

- Handlung:**
- Arbeit mit der Stellenwerttafel: In der Stellenwerttafel wird die Zahl 10 notiert. Die Rechnung $10 : 10$ wird aufgeschrieben. Nun wird das Ergebnis überlegt: „Wie oft kann ich 10 nehmen? – Das geht 1-mal. Also $10 : 10$ ist gleich 1.“ Die Ziffer 1 wird an der Einerstelle eingetragen (siehe Bild). Den Denkprozess mit Stellenwertmaterial verdeutlichen. Nun wird in der Stellenwerttafel die Zahl 30 notiert. Die Rechnung $30 : 10$ wird aufgeschrieben. Das Ergebnis wird überlegt: „Wie oft kann ich 10 nehmen? Das geht 3-mal. Also $30 : 10$ ist gleich 3.“ Die Ziffer 3 wird an der Einerstelle eingetragen.

Mathematisches Muster entdecken

L: „Wenn du dividierst durch 10 rechnest, wird die Zahl größer oder kleiner?“ – K: „Die Zahl wird kleiner.“

L: „Was passiert mit dem Stellenwert?“ – K: „Die Zehner werden zu Einern.“ L: „Ja, der Stellenwert wird um eins kleiner.“

Ebenso werden Aufgaben mit dividiert durch 100 bearbeitet. Das mathematische Muster wird entdeckt.

K: „Die Hunderter werden zu Einern.“ – L: „Um wie viel wird der Stellenwert kleiner?“ –

K: „Der Stellenwert wird um zwei Stellen kleiner.“

- Arbeit mit größeren Zahlen
Entdecken von Mustern bei „schönen Päckchen“*:
 $3\ 000 : 1\ 000 =$ $300 : 10 =$
 $3\ 000 : 100 =$ $3\ 000 : 10 =$
 $3\ 000 : 10 =$ $30\ 000 : 10 =$
- Lösungsweg beschreiben, z.B. $2\ 400 : 100$:
„Ich dividiere durch 100. Der Stellenwert wird um zwei kleiner. Die 2 Tausender werden zu 2 Zehnern. Die 4 Hunderter werden zu 4 Einern. Das Ergebnis ist 24.“



So kann es WEITER gehen!

- Dividieren mit Stellenwerten im größeren Zahlenraum, z.B. $150 : 30$, $1\ 500 : 30$, $1\ 500 : 300$
- Dividieren mit Stellenwerten mit Dezimalzahlen

Musst du plus, minus, mal oder dividiert rechnen?

Schreibe die passende Rechnung auf!

Lehrperson

Was hast du ausgerechnet?
Was bedeutet die Zahl?

Wichtiges Wissen

Durch Sachaufgaben wird das Operationsverständnis aufgebaut, gefestigt und automatisiert.

Dabei ist es wichtig, Sachaufgaben mit unterschiedlichen Rechenoperationen anzubieten bzw. auch bestimmte Rechenoperationen gegenüberzustellen.

Beim selbständigen Erstellen einer Sachaufgabe setzt sich das Kind intensiv mit der Bedeutung einer Rechenoperation auseinander.

Stolpersteine vermeiden

Das Operationsverständnis der einzelnen Rechenoperationen und ihre unterschiedlichen Aspekte sind erarbeitet.

Operationsverständnis Addition AR/1, AR/2 und AR/4 – Operationsverständnis Subtraktion AR/3 bis AR/6

Operationsverständnis Multiplikation MR/1 und MR/4 – Operationsverständnis Division MR/20 bis MR/23

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Folgende Aufgabenstellungen bieten die Möglichkeit, den Blick auf die Rechenoperation zu lenken:

- Zu einer Sachaufgabe wird **nur** die passende **Rechenoperation** gesucht: +, −, · oder :
- Zu einer Sachaufgabe wird **nur** die passende **Rechnung geschrieben**, jedoch nicht ausgerechnet.
- Zu einer Sachaufgabe wird überlegt, was ausgerechnet werden soll. Eine mögliche **Frage** wird **formuliert**.
Die passende Rechenoperation wird genannt und die Antwort formuliert.
- Der mathematische Zusammenhang wird erkannt.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, evtl. Steckwürfel zur Veranschaulichung

Sprache: siehe Förderkarten zum entsprechenden Operationsverständnis

Handlung: **Verschiedene Rechenoperationen gegenüberstellen**

- **Addition oder Subtraktion** – Bei einem Kartenspiel hat Toni 8 Karten. Er gewinnt noch 5 dazu. Wie viele Karten hat Toni jetzt?
– Bei einem Kartenspiel hat Emma 8 Karten. Bei der nächsten Runde muss sie zwei Karten hergeben. Wie viele Karten hat Emma jetzt?
- **Addition oder Multiplikation** – Zum Geburtstagsfest hat Hanna 3 rote und 6 blaue Luftballons aufgeblasen. Wie viele Luftballons hat sie aufgeblasen? – Zum Geburtstagsfest hat Hanna 3 Packungen mit je 6 blauen Luftballons eingekauft. Wie viele Luftballons hat sie gekauft?
- **Multiplikation oder Division** – Die Lehrerin kauft für ihre Klasse Wassergläser. In einer Packung sind 6 Stück. Sie kauft 4 Packungen. Wie viele Stück kauft sie? – Die Lehrerin möchte für ihre Klasse Wassergläser kaufen. Sie braucht 24 Gläser. In einer Packung sind 6 Stück. Wie viele Packungen braucht sie?
- **Subtraktion oder Division** – In einer Kiste sind 24 Tomaten. Die Kinder der 2b haben schon 8 Tomaten gegessen.
Wie viele Tomaten sind noch da?
– In einer Kiste sind 24 Tomaten. Die Kinder wollen Tomatensalat machen. Sie bilden drei Gruppen.
Wie viele Tomaten bekommt jede Gruppe?
– In einer Kiste sind 24 Tomaten. Die Kinder wollen Tomatensalat machen.
Jede Gruppe soll 6 Tomaten bekommen. Wie viele Gruppen können die Kinder bilden?

Zu einer Sachsituation Sachaufgaben mit unterschiedlichen Rechenoperationen finden

- **Thema Einkaufen**

Addition: Ein Brot kostet 3 € und ein Sack Äpfel kostet 2 €. Wie viel kostet das zusammen?

Subtraktion: Elli hat 10 €. Sie muss 7 € bezahlen. Wie viel Geld bekommt sie zurück?

Multiplikation: Eine Packung Eis kostet 5 €. Milan kauft für sein Fest 3 Packungen. Wie viel muss er bezahlen?

Division: Tom, Ida und Renate kaufen für ihren Freund ein Geschenk um 18 €. Wie viel muss jeder bezahlen?

So kann es WEITER gehen!

- Sachaufgaben mit größeren Zahlen
- Sachaufgaben mit Divisionen mit Rest: Bedeutung des Rests thematisieren
- Zweischrittige Sachaufgaben: Für das Lösen der Aufgabe werden zwei Rechenschritte benötigt.



Welche Informationen brauchst
du für die Rechnung?

Lehrperson

Wichtiges Wissen

Bestimmte Formulierungen können bei Sachaufgaben das Verständnis erschweren. Diese Formulierungen werden mit dem Kind bewusst thematisiert:

- Was bedeutet: je, pro, jeder, doppelt, die Hälfte, ist um__ größer, ...
- Nicht alle Zahlen für die Rechnung sind im Text als Zahl ausgeschrieben: z.B. drei Packungen.
- Eine bestimmte Zahl muss für die Rechnung erst ermittelt werden: z.B. Karo und ihre drei Freundinnen (=4 Kinder).
- Der Text enthält auch Zahlen, die nicht zum Rechnen benötigt werden: z.B. Linus ist 8 Jahre alt und hat 10 Spielzeugautos.
Sein Freund hat 7 Spielzeugautos.

Stolpersteine vermeiden

Bevor mit dem Kind eine Sachaufgabe bearbeitet wird, muss sich die Lehrperson der mathematischen Formulierungen und Besonderheiten des Textes bewusst werden. So können dem Kind bei sprachlichen oder mathematischen Schwierigkeiten entsprechende Hilfestellungen geboten werden. Bei der Auswahl der Sachaufgaben die Lebens- und Erfahrungswelt des Kindes miteinbeziehen bzw. berücksichtigen.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Vor dem Finden der passenden Rechenoperation zu einer Sachaufgabe wird mit dem Kind die Bedeutung spezifischer mathematischer Wörter überlegt und herausgearbeitet, welche Informationen für die Berechnung wichtig sind. Zusätzlich kann das Kind die Sachaufgabe in eigenen Worten wiedergeben.

So kann es gehen!

Material: Papier und Stift, evtl. Steckwürfel zur Veranschaulichung

Sprache: siehe Förderkarten zum entsprechenden Operationsverständnis, Steigerungsformen wie z.B. ist um ___ größer/länger/kürzer

Handlung: • Zahlen, die für das Berechnen benötigt werden, sind ausgeschrieben.

In einer Packung sind fünf Kaugummis. Lara kauft sich 2 Packungen. Wie viele Kaugummis hat sie nun?

- Zahlen, die für das Berechnen benötigt werden, müssen erst aus dem Text erschlossen werden.

Karo und ihre drei Freundinnen gehen ins Schwimmbad. Der Eintritt kostet für jede 3 €. Wie viel bezahlen sie zusammen?

Aron hat 8 Sticker. Sein Freund hat schon doppelt so viele Sticker. Wie viele Sticker hat sein Freund?

- Nicht alle Zahlen im Text werden für die Berechnung benötigt.

Linus ist 8 Jahre alt und hat 10 Spielzeugautos. Sein Freund hat 7 Spielzeugautos. Um wie viele Autos hat Linus mehr?

- Über die Bedeutung der Wörter muss gut nachgedacht werden.

Timon ist 123 cm groß. Seine Mutter ist um 40 cm **größer**. Wie groß ist seine Mutter? → **Addition**

Timons Mutter ist 163 cm groß. Sie ist um 40 cm **größer** als Timon. Wie groß ist Timon? → **Subtraktion**

Iris teilt ihre 24 Sticker **mit ihren** drei Freundinnen. Wie viele Sticker bekommt jede? → dividiert durch 4

Iris teilt ihre 24 Sticker **auf ihre** drei Freundinnen auf. Wie viele bekommt jede? → dividiert durch 3

- Überlegen, was die errechnete Zahl bedeutet und ob dieses Ergebnis zur Aufgabenstellung passen kann.

Iris teilt ihre 24 Sticker mit ihren drei Freundinnen. Wie viele Sticker bekommt jede?

Möglicher Fehler: $24 - 4 = 20$ (Gedanke: Die Zahl muss kleiner werden, also minus.) → Jede bekommt 20 Sticker.

→ „Wenn jede 20 Sticker bekommt, ist das ja zu viel.“ (Die Multiplikation wird als Probe genutzt.)

So kann es WEITER gehen!

- Sachaufgaben mit größeren Zahlen
- Sachaufgaben mit Maßeinheiten, wenn diese erarbeitet sind.
- Zweischrittige Sachaufgaben: Für das Lösen der Aufgabe werden zwei Rechenschritte benötigt.



Die Mathematik-Förderkartei steht unter
<https://europabuero.wien/zr100boxmathematik>
als Download zur Verfügung.



Interreg
AUSTRIA-HUNGARY



Co-funded by
the European Union

BOUNCE BACK
A COMPETENT BORDER REGION



EUROPA
Büro
Bildungsdirektion Wien