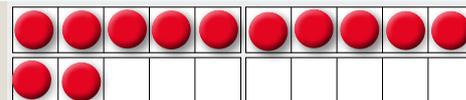


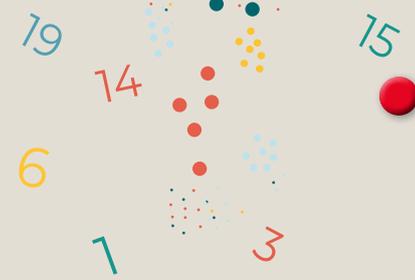
MATHEMATIK-FÖRDERKARTEI

TEIL 3, FÖ ZR 20

Rechenschwierigkeiten vermeiden –
mathematisches Denken von Anfang an



20



Impressum

Herausgeber und Medieninhaber:

Bildungsdirektion für Wien – Wipplingerstraße 28, 1010 Wien

Erarbeitung (2021) im Zuge des EFRE geförderten EU-Projektes CODES ATHU74
„Competence-Oriented Education for Elementary Schooling in the cross-border Region AT-HU“:

Ingrid Polak

Elisabeth Rudas

Gesamtleitung:

Europa Büro der Bildungsdirektion für Wien

Caroline Jäckl

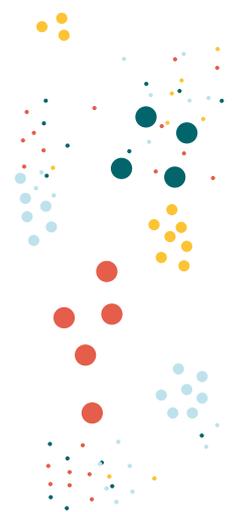
Design: grafikatelier laufwerk

Druck: print+marketing, Schaffer-Steinschütz Ges.m.b.H

Alle Rechte vorbehalten

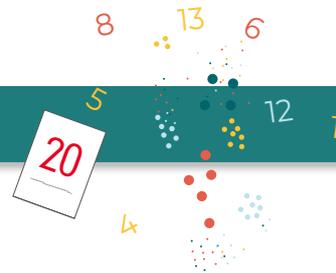
© 2021, Bildungsdirektion für Wien

**Sämtliche in der Startbox Mathematik enthaltenen Materialien stehen unter
<https://europabuero.wien/startboxmathematik> als Download zur Verfügung.**



Für die Inhalte der Webseiten Dritter, auf die in dieser Publikation hingewiesen wird, übernehmen wir keine Haftung, da wir uns diese nicht zu eigen machen, sondern lediglich auf deren Stand zum Zeitpunkt der Erstveröffentlichung verweisen.

Inhalt Kartei Teil 3



TEIL 3, FÖRDERUNG, ZR 20

Wichtiges Wissen – Einleitung, Aufbau der Kartei, Querverweise, benötigtes Material, didaktische Grundsätze

• Aufbau des Zahlenraums 20

Einführung der Stellenwerte mit Steckwürfeln	Karte ZR 20/1
Bündeln und Entbündeln mit Steckwürfeln	Karte ZR 20/2
Einführung der Stellenwerte mit Stellenwertmaterial	Karte ZR 20/3
Bündeln und Entbündeln mit Stellenwertmaterial	Karte ZR 20/4
Stellenwerttafel – Erarbeitung	Karte ZR 20/5
Arbeit mit der Stellenwerttafel	Karte ZR 20/6
Zahlwortreihe und Vorwärtszählen bis 20	Karte ZR 20/7
Von einer bestimmten Zahl weiterzählen	Karte ZR 20/8
Rückwärtszählen von 20	Karte ZR 20/9
Zwanzigerfeld – Erarbeitung („Kraft der 10“)	Karte ZR 20/10
Zwanzigerfeld – Automatisieren („Kraft der 5“)	Karte ZR 20/11
Zahlsymbole 11 bis 20 – Erarbeitung	Karte ZR 20/12
Zahlsymbole 11 bis 20 – Automatisieren	Karte ZR 20/13
Zahlen schreiben bis 20	Karte ZR 20/14
Nachbarzahlen – um eins mehr/um eins weniger	Karte ZR 20/15
Stellenwertverständnis um 10 mehr/um 10 weniger	Karte ZR 20/16
„Die wichtige Null“	Karte ZR 20/17

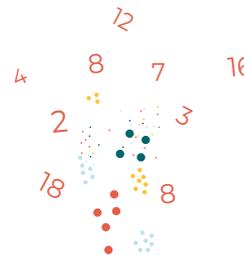
Inhalt Kartei Teil 3

- **Rechenoperationen im Zahlenraum 20**

Rechenoperationen mit Stellenwerten („Kraft der 10“)	Karte ZR 20/18
Analogieaufgaben	Karte ZR 20/19
Analogien und Rechenstrategien	Karte ZR 20/20
Überschreitung – Verdoppeln	Karte ZR 20/21
Überschreitung – „Kraft der 5“	Karte ZR 20/22
Überschreitung – Verdoppeln +1 / -1	Karte ZR 20/23
Überschreitung – Zehnernähe	Karte ZR 20/24
Anwenden von Rechenstrategien bei Überschreitungen	Karte ZR 20/25
Ergänzen auf 20	Karte ZR 20/26
Entbündeln (20 – __)	Karte ZR 20/27
Unterschreitung – Halbieren	Karte ZR 20/28
Unterschreitung – „Kraft der 5“	Karte ZR 20/29
Unterschreitung – Zehnernähe (11 – __, __ – 9)	Karte ZR 20/30
Unterschreitung – Zehnernähe (Ergebnis 9) und Nachbaraufgaben	Karte ZR 20/31
Anwenden von Rechenstrategien bei Unterschreitungen	Karte ZR 20/32

Glossar – Erläuterungen zu verwendeten Fachbegriffen

Literaturverzeichnis



Inhalt (siehe Kartei Teil 1, DIAGNOSE)



TEIL 1, DIAGNOSE

Wichtiges Wissen – Einleitung, Aufbau der Kartei, Querverweise, benötigtes Material, didaktische Grundsätze

- **Mengenvorstellung**

Muster fortsetzen	Karte D / 1
Konstanz der Menge	Karte D / 2
Mengen vergleichen	Karte D / 3
Kardinalzahl und Ordinalzahl	Karte D / 4

- **Aufbau des Zahlenraums 10**

Zahlwortreihe bis 10 aufsteigend und von 10 absteigend	Karte D / 5
Zählen	Karte D / 6
Von einer bestimmten Zahl weiterzählen – vorwärts und rückwärts	Karte D / 7
Anzahl der Finger an einer Hand bzw. an zwei Händen	Karte D / 8
Fingerbilder benennen und zeigen	Karte D / 9
Zehnerfeld – Mengen „quasi-simultan“ erkennen und benennen	Karte D / 10
Nachbarzahlen – um eins mehr/um eins weniger	Karte D / 11
Zahlen benennen	Karte D / 12
Zahlenansage	Karte D / 13
Strukturierte Mengen den Zahlen zuordnen	Karte D / 14
Zahlzerlegungen	Karte D / 15

Inhalt (siehe Kartei Teil 1, DIAGNOSE)

• Rechenoperationen im Zahlenraum 10

Operationsverständnis bei der Addition	Karte D / 16
Additionen	Karte D / 17
Operationsverständnis bei der Subtraktion	Karte D / 18
Subtraktionen	Karte D / 19

• Aufbau des Zahlenraums 20

10er-Bündelung	Karte D / 20
Zahlwortreihe bis 20 aufsteigend und von 20 absteigend	Karte D / 21
Von einer bestimmten Zahl weiterzählen und zurückzählen	Karte D / 22
Zwanzigerfeld – Mengen „quasi-simultan“ erkennen und benennen	Karte D / 23
Nachbarzahlen – um eins mehr / um eins weniger	Karte D / 24
Zahlen benennen	Karte D / 25
Zahlenansage	Karte D / 26
Strukturierte Mengen den Zahlen zuordnen	Karte D / 27
Stellenwertverständnis um 10 mehr/um 10 weniger	Karte D / 28

• Rechenoperationen im Zahlenraum 20

Additionen ohne Überschreitung	Karte D / 29
Subtraktionen ohne Unterschreitung	Karte D / 30
Additionen mit Überschreitung	Karte D / 31
Subtraktionen mit Unterschreitung	Karte D / 32

Glossar – Erläuterungen zu verwendeten Fachbegriffen

Literaturverzeichnis



Inhalt (siehe Kartei Teil 2, FÖ ZR10)



Teil 2, FÖRDERUNG ZR 10

Wichtiges Wissen – Einleitung, Aufbau der Kartei, Querverweise, benötigtes Material, didaktische Grundsätze

• Mengenvorstellung

Muster erkennen und fortsetzen	Karte ZR 10 / 1
Vergleichen von Mengen – Erarbeitung (mehr, weniger, gleich viel)	Karte ZR 10 / 2
Vergleichen von Mengen – Eins-zu-Eins-Zuordnung	Karte ZR 10 / 3
Kardinalzahl und Ordinalzahl unterscheiden	Karte ZR 10 / 4

• Aufbau des Zahlenraums 10

Zahlwortreihe – Mengenvorstellung	Karte ZR 10 / 5
Abzählen von Mengen – Zählstrategien	Karte ZR 10 / 6
Fingerbilder im Zahlenraum 5	Karte ZR 10 / 7
„Quasi-Simultanerfassung“ von Mengen bis 5	Karte ZR 10 / 8
Mengen in Teilmengen gliedern im Zahlenraum 5	Karte ZR 10 / 9
Fingerbilder benennen und zeigen – Erarbeitung	Karte ZR 10 / 10
Zehnerfeld – Erarbeitung und Mengendarstellung mit „Kraft der 5“	Karte ZR 10 / 11
Fingerbilder automatisieren – Rechenoperationen anbahnen	Karte ZR 10 / 12
Zehnerfeld – Mengen auf einen Blick	Karte ZR 10 / 13
Rückwärtszählen	Karte ZR 10 / 14
Von einer bestimmten Zahl weiterzählen und zurückzählen	Karte ZR 10 / 15
Nachbarzahlen – um eins mehr/um eins weniger bei Mengen	Karte ZR 10 / 16
Zahlsymbole in Verbindung mit Mengen	Karte ZR 10 / 17
Schreibweise von Zahlsymbolen	Karte ZR 10 / 18
Nachbarzahlen – um eins mehr/um eins weniger bei Zahlen	Karte ZR 10 / 19
Zahlerlegungen im Zahlenraum 5	Karte ZR 10 / 20

Inhalt (siehe Kartei Teil 2, FÖ ZR10)



Zahlzerlegungen im Zahlenraum 10	Karte ZR 10 / 21
„Gegensinniges Verändern“ von Mengen	Karte ZR 10 / 22
• Rechenoperationen im Zahlenraum 10	
Operationsverständnis Addition – Erarbeitung	Karte ZR 10 / 23
Operationsverständnis Addition – Automatisieren	Karte ZR 10 / 24
Operationsverständnis Subtraktion – Erarbeitung	Karte ZR 10 / 25
Operationsverständnis Subtraktion – Automatisieren	Karte ZR 10 / 26
Umkehraufgaben – Addition und Subtraktion	Karte ZR 10 / 27
Rechenstrategie $+1/-1$ (um eins mehr / um eins weniger)	Karte ZR 10 / 28
Rechenstrategie Handzerlegungen („Kraft der 5“) mit Umkehraufgaben	Karte ZR 10 / 29
Rechenstrategie Tauschaufgaben bei Handzerlegungen („Kraft der 5“)	Karte ZR 10 / 30
Rechenstrategie Tauschaufgaben bei Aufgaben mit $+1$	Karte ZR 10 / 31
Rechenstrategie Verdoppeln	Karte ZR 10 / 32
Rechenstrategie Halbieren	Karte ZR 10 / 33
Rechenstrategie Verdoppeln $+1/-1$	Karte ZR 10 / 34
Rechnen mit Null	Karte ZR 10 / 35
Zerlegungen von 10 – Erarbeitung	Karte ZR 10 / 36
Zerlegungen von 10 – Automatisieren	Karte ZR 10 / 37
Nachbaraufgaben bei Plusaufgaben und „schöne Päckchen“	Karte ZR 10 / 38
Nachbaraufgaben bei Minusaufgaben und „schöne Päckchen“	Karte ZR 10 / 39
Gegensinniges Verändern“ und „schöne Päckchen“	Karte ZR 10 / 40
Anwenden von Rechenstrategien	Karte ZR 10 / 41
Ergänzen – Erarbeitung	Karte ZR 10 / 42
Ergänzen – Automatisieren	Karte ZR 10 / 43

Glossar – Erläuterungen zu verwendeten Fachbegriffen

Literaturverzeichnis

Einleitung

Rechenschwierigkeiten im ersten Schuljahr zeigen sich oft dadurch, dass Kinder sehr langsam arbeiten und manchmal die einfachsten Aufgaben nur zählend mit ihren Fingern lösen. Meist zeigen diese Kinder kein Verständnis für Mengen, Zahlen und ihre Zusammenhänge. Dies ist jedoch die Voraussetzung für flexibles und sicheres Rechnen.

Um Rechenschwierigkeiten im Anfangsunterricht entgegenzuwirken, braucht es

- eine Diagnose über den Lernstand des Kindes,
- eine Förderung, die Schritt für Schritt mathematisches Verständnis bei den Kindern entwickeln hilft,
- strukturiertes Material zum Veranschaulichen der mathematischen Inhalte,
- eine gezielte Erarbeitung der mathematischen Sprache,
- kurze, regelmäßige Übung und Festigung.

Zu beachten ist, dass jedes Kind unterschiedlich lange braucht, um mathematisches Verständnis und Wissen aufzubauen. Sowohl bei der Diagnose als auch bei der Förderung steht die Beobachtung des mathematischen Verständnisses des Kindes im Mittelpunkt. Je gezielter beobachtet wird, umso klarer wird deutlich, wo das Kind in der Entwicklung steht und welche Fördermaßnahmen gesetzt werden müssen bzw. wie weit diese greifen.

Die vorliegende Kartei soll Lehrpersonen in ihrer Arbeit unterstützen, sodass alle Kinder – unabhängig von ihrer mathematischen Entwicklungsstufe – von Anfang an entsprechende mathematische Konzepte entwickeln können.

Aufbau der Kartei

Die Mathematik-Förderkartei besteht aus drei Teilen und einem Anhang:

TEIL 1, DIAGNOSE	TEIL 2, FÖRDERUNG ZR 10	TEIL 3, FÖRDERUNG ZR 20
▶ Mengenvorstellung	▶ Mengenvorstellung	
▶ Aufbau des Zahlenraums 10	▶ Aufbau des ZR10	
▶ Rechenoperationen im Zahlenraum 10	▶ Rechenoperationen im ZR10	
▶ Aufbau des Zahlenraums 20		▶ Aufbau des ZR20
▶ Rechenoperationen im Zahlenraum 20		▶ Rechenoperationen im ZR20

ANHANG ZUR MATHEMATIK-FÖRDERKARTEI

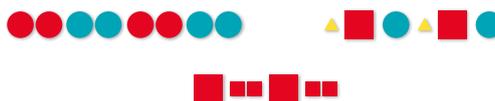
- ▶ **„Förderdokumentation“**: In dieser können analog zur Mathematik-Förderkartei entsprechende Beobachtungen bzw. Entwicklungsschritte in der Diagnose und Förderung festgehalten werden. Sie kann als individueller Förderplan für das Kind herangezogen werden.
- ▶ **„Diagnostisches Kompetenzprofil“ (DK)**: Das DK kann so wie die „Förderdokumentation“ als Teil eines individuellen Förderplans oder als Beobachtungsinstrument verwendet werden. Um das DK in der Praxis gut anwenden zu können, sind bei den entsprechenden Lerninhalten Abkürzungen zu finden, die sich auf die Mathematik-Förderkartei beziehen.
- ▶ **„Materialvorlagen“ für die Diagnose & Förderung**: Die Materialvorlagen stehen sowohl im Downloadbereich als auch als Kopiervorlage zur Verfügung. Zum Ausschneiden wurde zusätzlich ein Set Materialvorlagen der Startbox-Mathematik beigelegt.

Aufbau der Kartei – Diagnosekarten

Mit Bildern und/oder Sprechblasen wird die **Diagnoseaufgabe** und das **benötigte Material** vorgestellt.

Mengenvorstellung Bildungsdirektion Wien

Muster fortsetzen DIAGNOSE D/1



Lehrperson → **Kind**

Muster legen:
Die erste Abfolge wird – wie oben dargestellt – vorgelegt:
„Wie geht das Muster weiter?“

Wird das Muster richtig gelegt und beschrieben, wird das nächste angeboten.

Das Kind setzt das Muster fort und beschreibt dieses mit eigenen Worten.

Die **Lehrperson** führt die Diagnoseaufgabe wie angegeben durch und beobachtet das **Kind**. Rechts sind mögliche richtige Lösungen beschrieben.

Die angeführten **Beobachtungen** weisen die Lehrperson gegebenenfalls auf ein unzureichendes mathematisches Verständnis des Kindes hin und helfen den diagnostischen Blick zu verfeinern.

Mengenvorstellung Bildungsdirektion Wien

Muster fortsetzen DIAGNOSE D/1

Beobachtung → **Förderung / Förderkarte**

- Das Kind kann das Muster nicht fortsetzen und nicht beschreiben. → Muster erkennen und fortsetzen [Z8.10/1](#) mit sprachlicher Beschreibung
- Das Kind kann das Muster fortsetzen, aber nicht beschreiben. (evtl. fehlender Wortschatz) → Muster erkennen und fortsetzen [Z8.10/1](#) mit sprachlicher Beschreibung
- Schwierigere Muster werden nicht erkannt. → Muster erkennen und fortsetzen [Z8.10/1](#) mit sprachlicher Beschreibung

- Die Muster werden richtig fortgesetzt. → Eine von mehreren Voraussetzungen für Mengenvorstellung und Zahlenraumaufbau ist gegeben:
[Z8.10/1](#) bis [Z8.10/4](#) bzw. [Z8.10/5](#) bis [Z8.10/22](#)

Aus der jeweiligen Beobachtung ergibt sich eine Empfehlung der **Förderung** bzw. ein Verweis zur entsprechenden Förderkarte.

Aufbau der Kartei – Förderkarten

Mit Bildern und/oder Sprechblasen wird die **Förderaufgabe** vorgestellt.

„**Stolpersteine vermeiden**“ gibt Hinweise, welches Vorwissen das Kind für diese Aufgabe benötigt. Querverweise zu anderen Förderkarten unterstützen den Aufbau des Förderprozesses.

Das für diese Förderung benötigte **Material** ist angeführt.

„**So kann es WEITER gehen!**“ gibt einen Ausblick auf den nächsten möglichen Lerninhalt.

Aufbau des Zahlenraums 20


FÖRDERUNG ZR 20/1

Einführung der Stellenwerte mit Steckwürfeln



Wichtiges Wissen
Mit den Steckwürfeln werden Einer und Zehner veranschaulicht, um so das Verständnis für das Stellenwertsystem* und den dekadischen Aufbau* zu entwickeln.

Stolpersteine vermeiden
Durch das Zusammenstecken von 10 Würfeln zu einer Zehnerstange wird das Stellenwertverständnis entwickelt. Wichtig ist es, die Handlung sprachlich zu begleiten.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln
Um die Beziehung zwischen den Stellenwerten zu erfassen, muss intensiv am Bündeln und Entbündeln gearbeitet werden. Um das Verständnis zu vertiefen, beschränkt man sich nicht nur auf den Zahlenraum 20, sondern arbeitet auch mit größeren Mengen (siehe Bündeln und Entbündeln mit Steckwürfeln [Z8.20/2](#)).

Aufbau des Zahlenraums 20

Einführung der Stellenwerte mit Steckwürfeln


FÖRDERUNG ZR 20/1

So kann es gehen!

Material: Steckwürfel
Sprache: Einer, Zehner, Einerwürfel, Zehnerstange
 Wie viele Würfel brauchst du für eine Zehnerstange?
Handlung: • 13 Würfel liegen ungeordnet auf dem Tisch.
 L: „Kannst du auf einen Blick erkennen, wie viele das sind?“
 „Was kannst du tun, damit du das auf einen Blick erkennen kannst?“
 Das Kind weiß: „5 und 5 ist 10“ und steckt 5 rote und 5 blaue Würfel zusammen. „Das sind zusammen 10.“
 3 einzelne Würfel bleiben übrig.
 L: „Das sind 1 Zehner und 3 Einer.“
 • L: „Wie viele Einerwürfel brauchst du für eine Zehnerstange?“
 10 Einerwürfel werden aufgelegt und zu einer neuen Zehnerstange zusammengesteckt.

So kann es WEITER gehen! → Bündeln und Entbündeln mit Steckwürfeln [Z8.20/2](#)

„**Wichtiges Wissen**“ enthält eine Kurzinformation für die Lehrperson zum mathematischen Inhalt.

Mathematische Denkprozesse werden vor allem durch Handeln mit Material und dem sprachlichen Begleiten der Handlung entwickelt und vertieft.

Unter „**Sprache**“ sind der Wortschatz und die Satzmuster, die für diese Erarbeitung und / oder Übung benötigt werden, aufgelistet.

Unter „**Handlung**“ wird der Förderprozess für die Lehrperson genau beschrieben. Auf manchen Förderkarten sind ergänzende Varianten angegeben.

Querverweise

Sternchen *

Verwendete **Fachbegriffe**, die nicht direkt auf der jeweiligen Karte erklärt werden, sind mit einem „Sternchen“ gekennzeichnet und im Glossar angeführt.

Brille

Zusätzlich befindet sich auf manchen Förderkarten das Symbol einer Brille. Es verdeutlicht, dass an dieser Stelle mit dem Kind ein besonderes Augenmerk auf den „**mathematischen Blick**“ gelenkt werden soll: „*Was kannst du entdecken?*“ „*Was fällt dir auf?*“

Unterstreichungen

Die unterstrichen angeführten Materialien (z.B. Zahlenkarten) liegen der Startbox Mathematik zum Ausschneiden bei bzw. stehen auch zum Download bereit unter <https://europabuero.wien/startboxmathematik>. Weiters sind sowohl auf den Diagnose- als auch Förderkarten die jeweiligen Verweise zu anderen Karten der Mathematik-Förderkartei unterstrichen angeführt (z.B. ZR10/3).

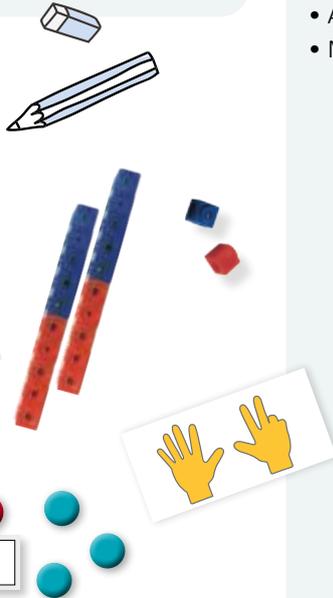
Literaturverzeichnis

Für eine weitere bzw. vertiefende Auseinandersetzung mit dem Thema „**Schwierigkeiten beim Rechnenlernen**“ findet man Anregungen in der Literaturliste.

Benötigtes Material

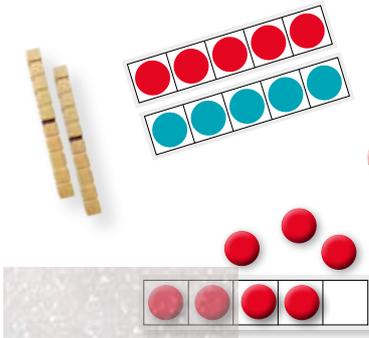
Papier und Stift

- glattes Papier oder ein glattes Heft
- Bleistift und Radiergummi
- roter und blauer Buntstift



Arbeitsmaterial aus der „Startbox-Mathematik“

- rot-blaue Plättchen
- rote und blaue Steckwürfel
- Stellenwertmaterial (Zehnerstangen, Einerwürfel)
- Abdeckstreifen
- Materialvorlagen zum Kopieren/Ausschneiden:
 - Muster legen
 - Fingerbildkarten
 - Fünfer-, Zehner-, Zwanzigerfelder & Zerlegung ZR5 mit Punkten
 - Punktstreifen
 - Mengendarstellungen
 - Zahlenkarten (0-20)
 - Mengenbilder (0-20)
 - Zahlzerlegungskarten 5, 10, blanko
 - Aufforderungskarten & Rechensymbole
 - Stellenwertkarten
 - Stellenwerttafel
 - Rechenbilder zur Diagnose
 - Rechnungen zur Diagnose
 - Eins-plus-Eins-Tafel
 - Eins-minus-Eins-Tafel
 - Rechenkarten Eins-plus-Eins- & Eins-minus-Eins-Tafel



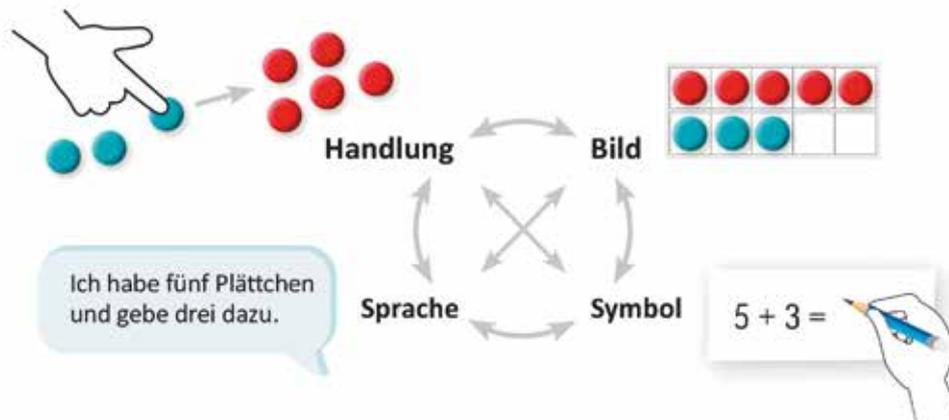
Didaktische Grundsätze

1. Darstellungsformen variieren und verknüpfen – „Übersetzungen“

Durch die Verknüpfung verschiedener Darstellungsformen wird mathematisches Verständnis aufgebaut und vertieft.

Die „Übersetzung“ von einer in eine andere Darstellungsform ist die zentrale Arbeit der Förderung.

Der mathematische Inhalt wird in einer Darstellungsform bearbeitet, in eine andere Darstellungsform übersetzt und auf eine weitere übertragen. Ausgangspunkt bei den Übungen kann immer wieder eine andere Darstellungsform sein.



Didaktische Grundsätze

2. Auswahl und Einsatz von Material

Jedes Material ist als eigenständiger Lerninhalt zu erarbeiten. Dieses muss so strukturiert sein, dass die Anzahl der Elemente einer Menge auf einen Blick erfasst werden kann (= „**Quasi-Simultanerfassung**“). Durch das Hantieren mit dem Material in verschiedenen Kontexten entstehen innere Vorstellungsbilder. **Ziel ist es, dass das Kind Aufgaben nur mit den inneren Vorstellungsbildern lösen kann und das Material nicht mehr benötigt.** Sollten in den Übungsphasen Verständnisschwierigkeiten auftreten, ist es notwendig, das Material wieder zu verwenden.

3. Mathematische Sprache

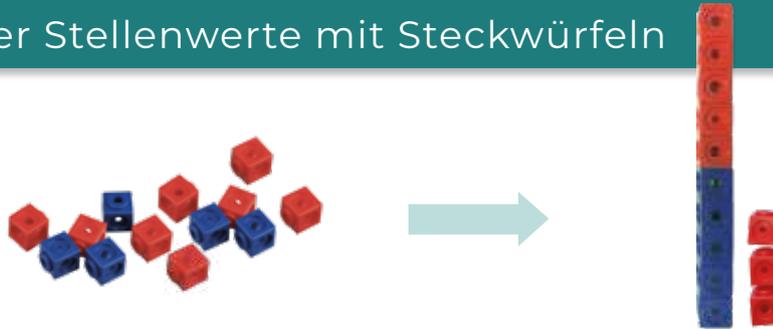
Ausgehend vom kindlichen Alltagswortschatz werden mathematische Begriffe und Redewendungen erarbeitet (z.B. dazugeben → plus, wegnehmen → minus). Auf diese Weise können **mathematischer Wortschatz und entsprechende Satzmuster** gezielt geübt und der Aufbau der Fachsprache vertieft werden. Konkrete Fragestellungen fördern die Anwendung des Wortschatzes: **„Was fällt dir auf?“ „Was bleibt gleich?“ „Was hat sich verändert?“ ...** Die Antworten des Kindes erklären die Denkwege. Durch wiederholende Übungen werden Sprach- und Satzmuster eingeübt und gefestigt.

4. Spiraliger Aufbau

Der „**Spiralige Aufbau**“ orientiert sich an **zwei didaktischen Prinzipien**: „Vom Leichten zum Schwierigen“ & „An Bekanntem anknüpfen“. Das bedeutet, dass mathematisches Verständnis in einem kleinen Zahlenraum (z.B. ZR 5) aufgebaut und im nächsten Schritt auf einen größeren Zahlenraum (z.B. ZR 10) übertragen wird = „**Vom Leichten zum Schwierigen**“. Wird in einem größeren Zahlenraum gearbeitet (z.B. Addition im ZR20), wird auf das Verständnis in einem kleineren Zahlenraum (z.B. Addition im ZR10) zurückgegriffen und dieses gleichzeitig mitgeübt = „**An Bekanntem anknüpfen**“. Können sich Kinder im Zahlenraum 20 orientieren und in diesem Rechenoperationen lösen, steht für sie der Zahlenraum 100 offen.

Einführung der Stellenwerte mit Steckwürfeln

FÖRDERUNG ZR 20/1



Wichtiges Wissen

Mit den Steckwürfeln werden Einer und Zehner veranschaulicht, um so das Verständnis für das Stellenwertsystem* und den dekadischen Aufbau* zu entwickeln.

Stolpersteine vermeiden

Durch das Zusammenstecken von 10 Würfeln zu einer Zehnerstange wird das Stellenwertverständnis entwickelt. Wichtig ist es, die Handlung sprachlich zu begleiten.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Um die Beziehung zwischen den Stellenwerten zu erfassen, muss intensiv am Bündeln und Entbündeln gearbeitet werden. Um das Verständnis zu vertiefen, beschränkt man sich nicht nur auf den Zahlenraum 20, sondern arbeitet auch mit größeren Mengen (siehe Bündeln und Entbündeln mit Steckwürfeln [ZR20/2](#)).

Einführung der Stellenwerte mit Steckwürfeln

FÖRDERUNG **ZR 20/1**

So kann es gehen!

Material: Steckwürfel

Sprache: Einer, Zehner, Einerwürfel, Zehnerstange

Wie viele Würfel brauchst du für eine Zehnerstange?

Handlung: • 13 Würfel liegen ungeordnet auf dem Tisch.

L: „Kannst du auf einen Blick erkennen, wie viele das sind?“

„Was kannst du tun, damit du das auf einen Blick erkennen kannst?“

Das Kind weiß: „5 und 5 ist 10“ und steckt 5 rote und 5 blaue Würfel zusammen. „Das sind zusammen 10.“
3 einzelne Würfel bleiben übrig.

L: „Das sind 1 Zehner und 3 Einer.“

• *L: „Wie viele Einerwürfel brauchst du für eine Zehnerstange?“*

10 Einerwürfel werden aufgelegt und zu einer neuen Zehnerstange zusammengesteckt.

So kann es WEITER gehen! 

• Bündeln und Entbündeln mit Steckwürfeln [ZR20/2](#)

Bündeln und Entbündeln mit Steckwürfeln

FÖRDERUNG ZR 20/2



Wichtiges Wissen

Die Menge 10 soll als Menge aus zehn Elementen verstanden werden, die zu einer Zehnerstange zusammengefügt werden:
10 Einer = 1 Zehner (siehe auch Stellenwertsystem*).

Stolpersteine vermeiden

Das Stellenwertverständnis wird automatisiert, indem Bündelungen und Entbündelungen immer wieder selbsttätig vom Kind durchgeführt und sprachlich begleitet werden.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Um die Beziehung zwischen den Stellenwerten zu erfassen, muss intensiv am Bündeln und Entbündeln gearbeitet werden.
Um das Verständnis zu vertiefen, darf man sich nicht nur auf den Zahlenraum 20 beschränken, sondern muss auch mit größeren Mengen arbeiten.

Bündeln und Entbündeln mit Steckwürfeln

FÖRDERUNG ZR20/2

So kann es gehen!

Material: Steckwürfel

Sprache: Einer, Zehner, Einerwürfel, Zehnerstange

Ich stecke 10 Einerwürfel zu einer Zehnerstange zusammen. In einer Zehnerstange stecken 10 Einerwürfel.

Handlung: • Eine Menge an roten und blauen Würfeln (mehr als 20) liegt auf dem Tisch.

L: „Was kannst du tun, damit du erkennst, wie viele Würfel auf dem Tisch liegen?“

K: „Ich stecke 5 rote und 5 blaue Würfel zu einer Zehnerstange zusammen.“ Das Kind führt die Handlung aus.

K: „Ich stecke 10 Einerwürfel zu einer Zehnerstange zusammen.“

Das Ergebnis wird beschrieben: *„Da liegen ___ Zehnerstangen und ___ Einerwürfel.“*

• Eine Zehnerstange liegt auf dem Tisch.

L: „Bitte gib mir 10 Einerwürfel!“

L: „Was musst du machen, damit das geht?“

Das Kind zerlegt die Zehnerstange in 10 Einer.

K: „Nun habe ich 10 Einer.“

Variante: • Mengen vergleichen:

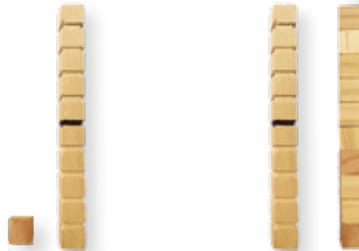
L: „Was ist mehr: 3 Einerwürfel oder 1 Zehnerstange?“

L: „Was ist mehr: 10 Einerwürfel oder 1 Zehnerstange?“

So kann es WEITER gehen!  • Stellenwerttafel [ZR20/5](#)

Einführung der Stellenwerte mit Stellenwertmaterial

FÖRDERUNG ZR 20/3



Wichtiges Wissen

Durch das Hantieren mit dem Stellenwertmaterial entwickelt sich das Verständnis des Stellenwertsystems* und des dekadischen Aufbaus*.

Stolpersteine vermeiden

Für die Entwicklung des Stellenwertverständnisses ist es wichtig, regelmäßig mit dem Stellenwertmaterial zu arbeiten und die Handlung sprachlich zu begleiten.

Das Material wird zur Erarbeitung, zur Übung, zum Automatisieren und zur Erklärung von Rechenoperationen immer wieder verwendet.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Um die Beziehung zwischen den Stellenwerten zu erfassen, muss intensiv am Bündeln und Entbündeln gearbeitet werden.

Um das Verständnis zu vertiefen, beschränkt man sich nicht nur auf den Zahlenraum 20, sondern arbeitet auch mit größeren Mengen (siehe Bündeln und Entbündeln mit Stellenwertmaterial [ZR20/4](#)).

Einführung der Stellenwerte mit Stellenwertmaterial

FÖRDERUNG ZR 20/3

So kann es gehen!

Material: Stellenwertmaterial

Sprache: Einer, Zehner, Einerwürfel, Zehnerstange

Wie viele Einerwürfel brauchst du für eine Zehnerstange?

Handlung: • Ein Einerwürfel wird hingelegt und benannt.

Eine Zehnerstange wird hingelegt und benannt.

L: „Zeige mir den Einerwürfel!“ bzw. „Zeige mir die Zehnerstange!“

• *L: „Wie viele Einerwürfel brauchst du für eine Zehnerstange?“*

Das Kind legt 10 Einerwürfel in einer Reihe auf und vergleicht diese mit der Länge der Zehnerstange.

So kann es WEITER gehen! 

• Bündeln und Entbündeln mit Stellenwertmaterial [ZR20/4](#)

Bündeln und Entbündeln mit Stellenwertmaterial

FÖRDERUNG ZR 20/4



Wichtiges Wissen

„Zehn“ ist nur als Fingerbild* (10 Finger) oder als volles Zehnerfeld (10 Plättchen) abgespeichert. Das Verständnis für 10 als Einheit (= 1 Zehnerstange) muss erst aufgebaut werden.

Ebenso muss verdeutlicht werden, dass eine Zehnerstange in zehn Einzelelemente aufgebrochen werden kann (1 Zehner = 10 Einer).

Stolpersteine vermeiden

Das Stellenwertverständnis wird automatisiert, indem Bündelungen und Entbündelungen immer wieder selbsttätig vom Kind durchgeführt und sprachlich begleitet werden.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Um die Beziehung zwischen den Stellenwerten zu erfassen, muss intensiv am Bündeln und Entbündeln gearbeitet werden.

Um das Verständnis zu vertiefen, darf man sich nicht nur auf den Zahlenraum 20 beschränken, sondern muss auch mit größeren Mengen arbeiten.

So kann es gehen!

Material: Stellenwertmaterial

Sprache: Einer, Zehner, Einerwürfel, Zehnerstange, tauschen

Ich tausche ___ in ___. 10 Einer sind genauso viel wie 1 Zehner.

Handlung: • Eine Menge von Einern (mehr als 20) wird auf den Tisch gelegt.

L: „Wie viele Einer brauchst du für eine Zehnerstange?“

L: „Wie oft kannst du 10 Einer in eine Zehnerstange tauschen?“ Das Kind führt die Handlung aus.

K: „Ich tausche 10 Einer in eine Zehnerstange.“

Das Ergebnis wird beschrieben: *„Da liegen ___ Zehnerstangen und ___ Einerwürfel.“*

• Eine Zehnerstange liegt auf dem Tisch.

L: „Bitte gib mir 10 Einerwürfel!“

L: „Was musst du machen, damit das geht?“

Das Kind tauscht die Zehnerstange in 10 Einerwürfel.

K: „Nun habe ich 10 Einer.“

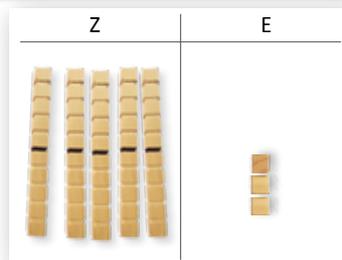
Variante: • Mengen vergleichen:

L: „Was ist mehr: 3 Einerwürfel oder 1 Zehnerstange?“

L: „Was ist mehr: 10 Einerwürfel oder 1 Zehnerstange?“

Stellenwerttafel – Erarbeitung

FÖRDERUNG ZR 20/5



Wichtiges Wissen

Mit der Stellenwerttafel wird gezielt an der Unterscheidung der Zehner- und Einerstelle gearbeitet.

Für die Entwicklung des Verständnisses ist es notwendig, mit Zehnerstangen und Einerwürfeln im Zahlenraum 100 zu arbeiten.

Die Zahlen werden dabei **nicht benannt**.

Stolpersteine vermeiden

Stellenwerte ([ZR20/1](#) bzw. [ZR20/3](#)), Bündeln und Entbündeln ([ZR20/2](#) bzw. [ZR20/4](#)) wurden bereits erarbeitet.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Das Bündeln und das richtige Legen in der Stellenwerttafel stehen im Vordergrund.

Die Sprache begleitet das Verständnis: „*Da sind 3 Einer und 5 Zehner.*“ Oder auch: „*Da sind 5 Zehner und 3 Einer.*“

Das Kind soll erfahren, dass bei dieser Sprechweise entweder Einer oder Zehner zuerst genannt werden können.

Auf der Stellenwerttafel hat die Zehner- bzw. Einerstelle aber einen **bestimmten** Platz.

Das Benennen der Zahl (z.B. „dreizehn“) wird in dieser Phase der Erarbeitung weggelassen.

Stellenwerttafel – Erarbeitung

FÖRDERUNG ZR20/5

So kann es gehen!

Material: Stellenwertmaterial, Stellenwerttafel, Zahlenkarten (0–9)

Sprache: Zehner, Einer, die Zehnerstelle, die Einerstelle, das linke Feld, das rechte Feld

Begriffsklärung: Z steht für Zehner, E steht für Einer.

- Handlung:**
- Eine Anzahl von Einerwürfeln und Zehnerstangen liegt auf dem Tisch (z.B. 3 Einerwürfel und 5 Zehnerstangen). Das Kind beschreibt, was es sieht „*Da sind 3 Einer und 5 Zehner.*“ und ordnet das Material richtig in die Stellenwerttafel ein. Beim Legen der Einerwürfel und Zehnerstangen soll das Erfassen der Fünferstruktur auf einen Blick möglich sein.
 - Mehr als 10 Einerwürfel liegen vor dem Kind. Das Kind bündelt oder tauscht 10 Einerwürfel zu einer Zehnerstange und ordnet die Zehnerstange und restlichen Einerwürfel in die Stellenwerttafel ein. Es beschreibt die Handlungen: *K: „Ich tausche 10 Einerwürfel zu einer / in eine Zehnerstange. Diese lege ich nun an die Zehnerstelle, die Einerwürfel lege ich an die Einerstelle. Es sind ___ Zehner und ___ Einer.“*
 - *L: „Lege 3 Zehner und 5 Einer an die richtige Stelle.“*
 - Die Lehrperson legt Stellenwertmaterial in die Stellenwerttafel. Das Kind beschreibt, was es sieht: *„Da liegen 5 Zehner und 3 Einer.“*

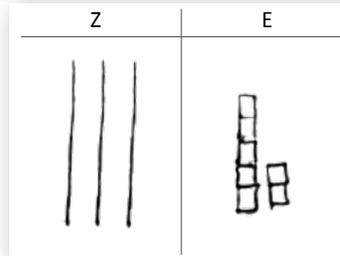
- Varianten:**
- Zehnerstangen und Einerwürfel werden auf die Stellenwerttafel gelegt, z.B. 2 Zehner und 5 Einer. Die passenden Zahlenkarten werden dazugelegt.
 - In die Stellenwerttafel werden Ziffern gelegt und das passende Stellenwertmaterial wird dazugelegt.

So kann es WEITER gehen!

- 
- „Übersetzungen“*: Stellenwerttafel – Zwanzigerfeld ZR20/10
 - Zahlsymbole ZR20/12, ZR20/13 – falls die Zahlwörter bekannt sind, können diese ansgagt und die Mengen in die Stellenwerttafel gezeichnet werden.

Arbeit mit der Stellenwerttafel

FÖRDERUNG ZR 20/6



Wichtiges Wissen

Um das Stellenwertverständnis zu vertiefen, zeichnet das Kind die Stellenwerttafel selbst.

Die Arbeit ist NICHT auf den Zahlenraum 20 beschränkt.

Das Verständnis, dass 12 aus den **Ziffern** 1 und 2, aber aus den **Zahlen** 10 und 2 besteht, wird angebahnt.

Stolpersteine vermeiden

Manche Kinder schreiben an der Zehnerstelle die Zahl 10 und meinen damit einen Zehner.

In diesem Fall ist das Verständnis, dass 10 Einer und 1 Zehner gleich viel sind, noch nicht ausreichend erfasst.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Fehler sind willkommen, diese werden aufgegriffen um Denkprozesse anzuregen:

z.B. 21/12 – Beide Zahlen werden gelegt, verglichen, Unterschiede und Gemeinsamkeiten beschrieben.



So kann es gehen!

Material: Stellenwertmaterial, Stellenwerttafel, Papier und Stift

Sprache: Zehner, Einer, die Zehnerstelle, die Einerstelle, das Zehnerfeld, das Einerfeld

- Handlung:**
- Stellenwerttafel mit dem Kind zeichnen, Zehnerstange(n) und Einerwürfel eintragen: Mit dem Kind überlegen, wie man ein Symbol für die Zehnerstange und den Einerwürfel selbst zeichnen kann (siehe Bild). Beim Zeichnen der Einerwürfel auf die Fünferstruktur achten, damit das Erfassen auf einen Blick möglich ist.
 - Eine Menge an Zehnerstangen und Einerwürfeln liegt auf dem Tisch.
Das Material wird in die Stellenwerttafel gelegt.
Das Kind zeichnet die Stellenwerttafel auf und stellt Zehner und Einer zeichnerisch dar.
 - Eine Anzahl von Einern/Würfeln liegt auf dem Tisch. Die Einer werden getauscht/gebündelt ($10E = 1Z$).
Das Ergebnis wird in die Stellenwerttafel gelegt und benannt.

K: „Da sind 3 Zehnerstangen und 7 Einerwürfel.“

Nun wird das Ergebnis aufs Papier übertragen.

- Varianten:**
- Eine Menge wird symbolisch (3Z 4E oder auch 2E 1Z) oder sprachlich („2 Zehner und 6 Einer“) vorgegeben. Die Menge wird mit Zehnerstangen und Einerwürfeln in die Stellenwerttafel gelegt. Das „Ergebnis“ wird aufgezeichnet.
 - Unter der Stellenwerttafel mit den gezeichneten Zehnerstangen und Einerwürfeln wird eine weitere Stellenwerttafel gezeichnet, in die die entsprechenden Ziffern dazu eingetragen werden.

So kann es WEITER gehen!

- 
- „Übersetzungen“*: Stellenwerttafel – Zwanzigerfeld ZR20/10
 - Zahlsymbole ZR20/12, ZR20/13 – falls die Zahlwörter bekannt sind, können diese angsagt und die Mengen in die Stellenwerttafel gezeichnet werden.

Zahlwortreihe und Vorwärtszählen bis 20

FÖRDERUNG ZR 20/7



Zehn und eins ist elf.



Zehn und zwei ist zwölf.

Wichtiges Wissen

Das Erlernen der Zahlwortreihe soll mit passenden Mengendarstellungen verknüpft bzw. unterstützt werden. Dies gilt vor allem für die Zahlen elf, zwölf und zwanzig.

Stolpersteine vermeiden

Bestimmte Zahlwörter müssen gezielt erarbeitet und automatisiert werden.

Die Zahlwörter elf und zwölf stellen oft eine Herausforderung dar, weil in der Sprache die Zehner- und Einerstruktur nicht wie bei den anderen Zahlwörtern (z.B. achtzehn) abgebildet ist. Die Zahlwörter „sechzehn“ und „siebzehn“ werden oft nach dem gewohnten Sprachmuster als „sechszehn“ und „siebenzehn“ genannt. Das Zahlwort „zwanzig“ muss sowohl sprachlich als auch in der Mengenvorstellung bewusst erarbeitet werden. Die Endsilbe „zig“ bei zwanzig muss sprachlich betont und die erste Silbe „zwan“ auch extra besprochen werden: *Es sind zwei Zehner und ich sage „zwan“*.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Durch „Übersetzungen“* in unterschiedliche Darstellungsformen wird die Mengenvorstellung im Zahlenraum 20 entwickelt: Zahl sagen – Mengenbild – Punktestreifen – Stellenwertmaterial – grafische Darstellung mit gezeichneten Zehnerstangen und Einerwürfeln in der Stellenwerttafel. Ausgangspunkt für die Übung ist immer wieder eine andere Darstellungsform.

Zahlwortreihe und Vorwärtzählen bis 20

FÖRDERUNG ZR 20/7

So kann es gehen!

Material: Stellenwertmaterial, Mengenbilder, Punkttestreifen, Stellenwerttafel, Papier und Stift

Sprache: Zahlwörter 1–20, Zehnerstange, Einerwürfel

Das sind ein Zehner und ___ Einer.

- Handlung:**
- Eine Zehnerstange wird hingelegt und ein Einerwürfel hinzugefügt: *„Zehn und eins ist elf.“*
Auf diese Weise wird die Zahlwortreihe mit Sprache und Material aufgebaut.
 - Die Zahlwortreihe wird aufgesagt, dabei wird auf die entsprechende Menge oder das Mengenbild gezeigt.
 - Eine Zahl wird genannt, die entsprechende Menge wird gezeigt oder gelegt.
 - Eine Menge wird gezeigt, die Zahl dazu wird genannt.

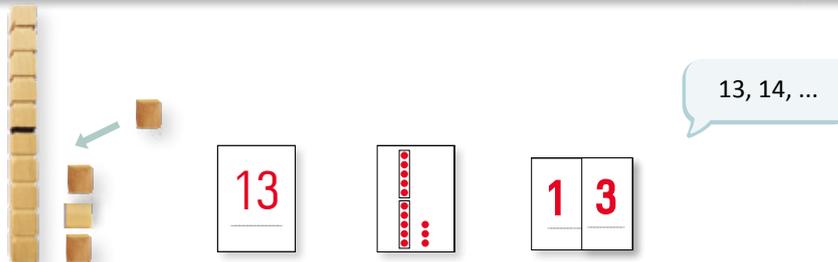
- Varianten:**
- Zahlen mit Punkttestreifen darstellen und benennen.
 - Mengenbilder benennen, der Größe nach ordnen oder zwei Mengen vergleichen:
L: „Das sind 1 Zehner und 3 Einer. Das sind 1 Zehner und 4 Einer. Da ist um 1 Einer mehr/weniger.“
 - Mengen nach Ansage ins Heft zeichnen und sprachlich beschreiben (evtl. Stellenwerttafel als Hilfestellung):
L: „Zeichne 1 Zehner und 3 Einer. Wie heißt die Zahl?“
L: „Zeichne die Zahl 15! Wie kannst du das zeichnen?“
K: „Ich zeichne 1 Zehnerstange und 5 Einerwürfel. Das sind zusammen 15.“
 - Die Lehrperson legt 6 Einer und 1 Zehnerstange.
K: „ Da liegen 6 Einer und 1 Zehner. 10 und 6 sind zusammen 16.“

So kann es WEITER gehen!

- Von einer bestimmten Zahl weiterzählen ZR20/8
- Rückwärtszählen ZR20/9
- Zwanzigerfeld ZR20/10

Von einer bestimmten Zahl weiterzählen

FÖRDERUNG ZR 20/8



Wichtiges Wissen

Um von einer bestimmten Zahl weiterzählen zu können, muss sich das Kind an der Zahlwortreihe orientieren können. Das ist nur möglich, wenn mit dem Zahlwort eine Menge verknüpft ist.

Durch das Bestimmen des Nachfolgers einer Zahl wird das Additionsverständnis* vertieft. Die nächste Zahl ist immer **um eins mehr**.

Stolpersteine vermeiden

Die Mengenvorstellung im Zahlenraum 10 ist ausreichend entwickelt [ZR10/13](#).

Übergänge (10,11...) müssen besonders beachtet und geübt werden.

Hilfestellung können die Fingerbilder* geben [ZR10/12](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Die Zahlwortreihe kann von jedem beliebigen Zahlwort aus vorwärts aufgesagt werden.

Nachfolger einer beliebigen Zahl können benannt werden (Verständnis: um eins mehr).

Von einer bestimmten Zahl weiterzählen

FÖRDERUNG ZR 20/8

So kann es gehen!

Material: Stellenwertmaterial, Mengenbilder, Punkttestreifen, Stellenwertkarten, Zahlenkarten

Sprache: um eins mehr, weiterzählen, Zehnerstange, Einerwürfel

Kannst du weiterzählen? Zähle von ___ weiter!

Handlung: • L: „Kannst du von 13 weiterzählen?“

Hilfestellung mit Stellenwertmaterial und Stellenwertkarten oder Punkttestreifen:

L: „Lege 13! Nun lege um eins mehr! Wie heißt die Zahl jetzt?“

K: „Nun liegen 1 Zehnerstange und 4 Einerwürfel da. Das sind 14.“

- Mengenbilder (z.B von 13-18) werden ungeordnet aufgelegt.

Die Mengen werden benannt und geordnet aufsteigend aufgelegt.

Variante: • Es wird eine Zahlenkarte aufgelegt und von dieser Startzahl weitergezählt.

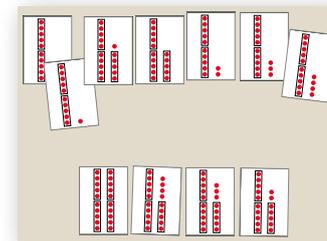
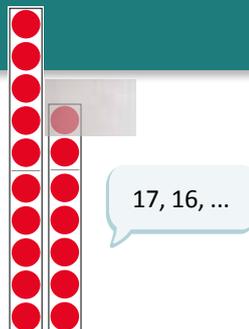
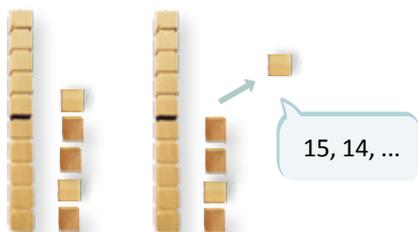
So kann es WEITER gehen!



- Zahlenfolgen mit Zahlenkarten legen oder schriftlich fortsetzen.
- In 2er Schritten zählen (um 2 mehr/weniger).
- Nachbarzahlen – um eins mehr/um eins weniger im Zahlenraum 20 ZR20/15

Rückwärtszählen

FÖRDERUNG ZR 20/9



Wichtiges Wissen

Das Rückwärtszählen gelingt, wenn mit jedem Zahlwort eine Menge verbunden ist und wenn das Verständnis entwickelt ist, dass beim Rückwärtszählen die Menge immer um ein Element weniger wird.

Durch das Bestimmen des Vorgängers einer Zahl wird das Subtraktionsverständnis* (-1) vertieft.

Die Zahl davor ist immer um eins weniger.

Stolpersteine vermeiden

Das Rückwärtszählen im Zahlenraum 10 ist abgesichert [ZR10/14](#).

Sprachliche Schwierigkeiten können bei bestimmten Zahlwörtern auftreten: zwanzig – neunzehn, von 13 zurückzählen – Unterscheidung von elf und zwölf. Hilfestellung können die Fingerbilder* und eine Zehnerstange, die vor das Kind gelegt wird, sein: Fünf Finger zeigen und auf den Zehner blicken: „Fünf – zehn“, dann einen Finger einklappen „vier – zehn“ usw.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Die Zahlwortreihe kann von einem beliebigen Zahlwort aus rückwärts aufgesagt werden.

Vorgänger einer beliebigen Zahl können benannt werden (Verständnis: um eins weniger).

Rückwärtszählen

FÖRDERUNG ZR 20/9

So kann es gehen!

Material: Stellenwertmaterial, Mengenbilder, Punkttestreifen, Abdeckstreifen, Papier und Stift

Sprache: Zahlwörter 1–20, Zehnerstange, Einerwürfel, zurückzählen

Das sind ein Zehner und ___ Einer.

- Handlung:**
- L: *„Lege die Zahl 15 mit Zehnerstange und Einerwürfeln. Nun nimm einen Einerwürfel weg. Wie viele sind es jetzt?“*
„Kannst du nun weiter zurückzählen?“
 - L: *„Lege die Zahl 17 mit Punkttestreifen! Decke einen Punkt ab! Wie viele Punkte sind es jetzt?“*
„Kannst du nun weiter zurückzählen?“
 - L: *„Ordne die Mengenbilder von der größten Zahl bis zur kleinsten Zahl.“* – *„Sag dazu die Zahlwortreihe auf!“*
 - Mengenbilder vergleichen:
L: *„Das sind 1 Zehner und 3 Einer. Das sind 1 Zehner und 2 Einer. Das ist um einen Einer weniger.“*
 - Üben der Übergänge:
L: *„Zähle von 11/13/20 zurück!“*
- Variante:**
- Es werden absteigende Zahlenfolgen aufgezeichnet.

So kann es WEITER gehen!

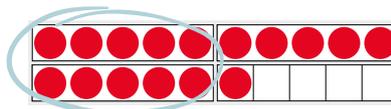
- Nachbarzahlen – um eins mehr/um eins weniger [ZR20/15](#)

Zwanzigerfeld – Erarbeitung („Kraft der 10“)

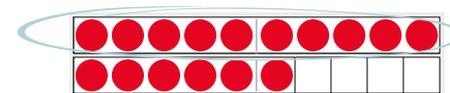
FÖRDERUNG ZR 20/10



Was siehst du?
Was fällt dir auf?



Blockdarstellung*



Lineare Darstellung*

Wichtiges Wissen

Das Zwanzigerfeld muss in der Blockdarstellung* und in der linearen Darstellung* verstanden werden:

- Blockdarstellung: Links ist ein Zehnerfeld und rechts ist ein Zehnerfeld.
- Lineare Darstellung: In der oberen Zeile sind zehn und in der unteren Zeile sind auch zehn.

Die Grundlage für die Arbeit im Zwanzigerfeld ist das „Teil-Ganzes-Prinzip“*, das im Zahlenraum 10 erarbeitet wurde und nun in den Zahlenraum 20 übertragen wird. Mengen werden auf einen Blick als Teilmengen aus Zehnern und Einern erfasst. Zahlen müssen noch nicht benannt werden.

Stolpersteine vermeiden

Aufbau des Zahlenraums 10 ist gefestigt, im Speziellen das Zehnerfeld [ZR10/13](#). Stellenwertverständnis ist bearbeitet [ZR20/5](#) und [ZR20/6](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Die Darstellungen von Mengen in der Blockdarstellung* und der linearen Darstellung* werden miteinander verglichen:

- 16 in der Blockdarstellung: „Ich sehe ein Zehnerfeld (5 + 5) und 6.“
- 16 in der linearen Darstellung: „Ich sehe 10 in der ersten Zeile und 6 in der zweiten Zeile.“

Verschiedene Darstellungsformen werden miteinander verknüpft: Stellenwertmaterial – Zwanzigerfeld – Stellenwerttafel – evtl. Zahlwörter.

Zwanzigerfeld – Erarbeitung („Kraft der 10“)

FÖRDERUNG ZR 20/10

So kann es gehen!

Material: Zwanzigerfeld, Punkttestreifen

Sprache: oben, unten, obere Zeile, untere Zeile, daneben, darüber, darunter, Zehner, Einer
Da sind ___ und da sind ___.

Handlung: • Das Zwanzigerfeld beschreiben:

K: „Da ist ein Zehnerfeld und da ist noch ein Zehnerfeld.“ (Blockdarstellung*)

K: „Da oben sind 10 und da unten sind auch 10.“ (Die lineare Darstellung* ist von den Punkttestreifen bekannt.)

L: „Ja, da sind zweimal 10.“ (Anbahnung des Malbegriffs)

• Arbeit mit Punkttestreifen im Zwanzigerfeld:

L: „Lege 16 in das Zwanzigerfeld!“ – Das Kind legt eine Möglichkeit, z.B. 1 Zehn- und 1 Sechspunkttestreifen.

Die Lehrperson spricht und umfährt mit dem Finger die jeweilige Menge (beide Darstellungsformen erklären):

L: „Da sind 10 und da sind 6.“ bzw. *„Oben sind 10 und unten sind 6.“*

• Aufgaben mit anderen Anzahlen werden gelegt.

Das Kind beschreibt die Teilmengen und umfährt diese mit dem Finger.

Die Menge wird sowohl in der linearen Darstellung* als auch in der Blockdarstellung* gezeigt und beschrieben.

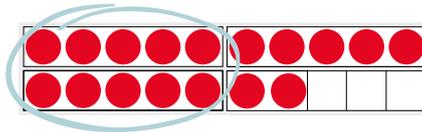
Variante: • Blitzübung* von Mengen im Zwanzigerfeld:

Eine Mengendarstellung im Zwanzigerfeld wird dem Kind nur kurz gezeigt. Das Kind nennt die Menge.

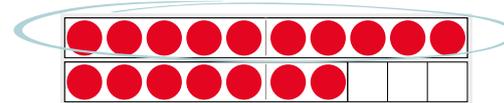
So kann es WEITER gehen!

• Zwanzigerfeld – Automatisieren ZR20/11

Zwanzigerfeld – Automatisieren („Kraft der 5“)



Blockdarstellung*
 $(5 + 5) + (5 + 2)$



Lineare Darstellung*
 $10 + 7$

Wichtiges Wissen

Am Zwanzigerfeld werden innere Vorstellungsbilder aufgebaut, die später zum Lösen von Rechenaufgaben genutzt werden und somit zählendes Rechnen vermeiden.

Das „Teil-Ganzes-Prinzip“* wird durch verschiedene Darstellungsformen im Zahlenraum 20 verdeutlicht.

Zahlen können aus Zehnern und Einern, aber auch aus einer bestimmten Anzahl von Fünfern und Einern zusammengesetzt sein.

Stolpersteine vermeiden

Mathematisches Verständnis, das im Zahlenraum 10 erarbeitet wurde, wird nun auf den größeren Zahlenraum übertragen:

„Teil-Ganzes-Prinzip“*, „Kraft der 5“* ($7 = 5 + 2$, $10 = 5 + 5$) [ZR10/11](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Mengen werden mit unterschiedlichen Teilmengen im Zwanzigerfeld dargestellt und beschrieben.

Das Kind beschreibt auf unterschiedliche Weise die dargestellte Zahl, vertieft somit das Verständnis des „Teil-Ganzes-Prinzips“* und entwickelt wichtige Vorerfahrungen für das Operieren im Zahlenraum 20.

Zwanzigerfeld – Automatisieren („Kraft der 5“)

FÖRDERUNG ZR 20/11

So kann es gehen!

Material: Zwanzigerfeld, Punkttestreifen

Sprache: oben, unten, obere Zeile, untere Zeile, daneben, darüber, darunter, Zehner, Einer
Da sind __ und da sind __.

Handlung: • Die Fünferstruktur im Zwanzigerfeld entdecken:

K: „Da sind 5 und da sind 5. Da sind 5 und da sind 5.“

*K: „In der oberen Zeile sind **zweimal** 5 und in der unteren Zeile sind auch **zweimal** 5.“*

L: „Ja, da sind viermal 5 Felder.“ (Anbahnung des Malbegriffs möglich)

- *L: „Lege 17 in das Zwanzigerfeld!“* – Das Kind legt eine Möglichkeit, z.B. 1 Zehn- und 1 Siebenpunkttestreifen.

L: „Kannst du das auch mit Fünferstreifen legen?“

Das Kind legt $5+5+5+2$ („Kraft der 5“*).

Nun beschreibt das Kind die Blockdarstellung* und umfährt die jeweilige Menge.

- Aufgaben mit anderen Anzahlen werden gelegt und beschrieben.
- Die Lehrperson legt eine Menge in das Zwanzigerfeld. Das Kind bestimmt die Anzahl.
Dann schließt das Kind die Augen und beschreibt die Menge aus der Vorstellung.
Hinweis: Die Mengendarstellung wird bewusst variiert (lineare Darstellung* – Blockdarstellung*).

Variante: • Rätsel: „*Ich habe 2 Fünfer und 3 Einer UND ich habe 1 Zehner und 3 Einer!*“

L: „Was ist mehr, was ist weniger oder ist es gleich viel?“

So kann es WEITER gehen!

• „Übersetzungen“*: Stellenwerttafel ZR20/6 – Zwanzigerfeld – Zahlsymbole ZR20/13

Zahlsymbole 11 bis 20 – Erarbeitung

FÖRDERUNG ZR 20/12



Wichtiges Wissen

Erarbeitung des Verständnisses: 14 besteht aus den Ziffern 1 und 4, aber aus den Zahlen 10 und 4.
Die Zahlsymbole werden immer mit Mengenbildern und dem Verständnis für Zehner und Einer verbunden.

Stolpersteine vermeiden

Die Bedeutung des Zahlsymbols 20 ist speziell im Zusammenhang mit Material herausgearbeitet.
Die Ziffer 2 bedeutet zwei Zehner/Zehnerstangen, die Ziffer 0 bedeutet keine Einerwürfel. Dies kann gut in der Stellenwerttafel sichtbar gemacht werden [ZR20/6](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Durch Handeln mit Material in Verbindung mit Zahlenkarten wird verdeutlicht, dass die 1 an der Zehnerstelle 10 Einer bedeutet (siehe Bündeln und Entbündeln [ZR20/2](#) oder [ZR20/4](#)).

Zahlsymbole 11 bis 20 – Erarbeitung

FÖRDERUNG ZR 20/12

So kann es gehen!

Material: Stellenwertkarten, Stellenwertmaterial, Mengenbilder, Punktstreifen, Rechensymbole, Fingerbilder*

Sprache: Zahlwörter 0–20

Handlung:

- Die Zahlen 10 und 1 werden mit den Stellenwertkarten aufgelegt.
Das entsprechende Material (Stellenwertmaterial/Punktstreifen) wird daruntergelegt.
Nun wird die Einerziffer auf die Ziffer 0 gelegt: „**10 und 1 ist 11.**“ usw. bis 19.
Danach wird die Stellenwertkarte 20 gezeigt, benannt und das entsprechende Material dazugelegt.
- Zahlen werden „gebaut“. Das entsprechende Material wird dazugelegt.
Zum besseren Stellenwertverständnis wird die Einerziffer abgehoben und 10 ist sichtbar.



Varianten:

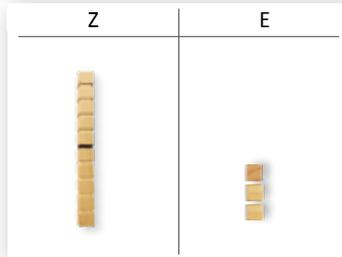
- Eine Menge wird gelegt und die Stellenwertkarten werden dazugelegt.
- Zu den Mengenbildern werden die passenden Zahlen „gebaut“.
- Eine Zehnerstange liegt auf dem Tisch. Die Lehrperson zeigt ein Fingerbild* (z.B.: 3 Finger).
Das Kind nennt die Rechnung: „**10 + 3 = 13**“

So kann es WEITER gehen!

➔ • Zahlsymbole 11–20 automatisieren ZR20/13

Zahlsymbole 11 bis 20 – Automatisieren

FÖRDERUNG ZR 20/13



Wichtiges Wissen

Um das Verständnis des Stellenwertes im Zusammenhang mit den Zahlsymbolen zu vertiefen, werden unterschiedliche Darstellungsformen miteinander verknüpft.

Stolpersteine vermeiden

Verständnis von Bündeln und Entbündeln [ZR 20/2](#) oder [ZR 20/4](#)
Stellenwerttafel [ZR 20/5](#) und Stellenwertverständnis [ZR 20/6](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Durch „Übersetzungen“* in unterschiedliche Darstellungsformen wird mathematisches Verständnis entwickelt:
Zahlsymbol zeigen – Zahl benennen – Mengenbild – Punktestreifen – Stellenwertmaterial – Stellenwertkarten – Stellenwerttafel – grafische Darstellung mit gezeichneten Zehnerstangen und Einerwürfeln – Rechnung formulieren „13 ist 10 und 3“
(Notation ist nicht notwendig).
Ausgangspunkt für die Übung kann immer wieder eine andere Darstellungsform sein.

Zahlsymbole 11 bis 20 – Automatisieren

FÖRDERUNG ZR 20/13

So kann es gehen!

Material: Zahlenkarten (11–20), Stellenwertkarten, Stellenwertmaterial, Mengenbilder, Punktstreifen, Stellenwerttafel, Papier und Stift

Sprache: Zahlwörter 0–20

Handlung: • Eine Zahlenkarte wird aufgelegt, benannt, das entsprechende Stellenwertmaterial und die passenden Stellenwertkarten dazugelegt.

L: „Was musst du legen?“

K: „Ich lege 1 Zehnerstange und ___ Einerwürfel.“

- Zahlenkarten werden den Mengenbildern zugeordnet.
- Mengenbilder werden den Zahlenkarten zugeordnet.
- Blitzübung*: Zahlenkarten werden rasch benannt und entsprechende Mengenbilder werden zugeordnet.
- Mengenbilder werden gezeigt und beschrieben:

K: „Ich sehe 1 Zehnerstreifen und ___ Punkte. Das sind ___.“

Die passende Zahlenkarte wird dazugelegt (auch mit Stellenwertkarten).

Varianten: • Die Zahl wird mit Zehnerstangen und Einerwürfeln in die Stellenwerttafel gelegt.

- Eine Stellenwerttafel wird gezeichnet, Zahlen werden mit Zehnerstangen und Einerwürfeln bildlich dargestellt.

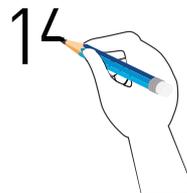
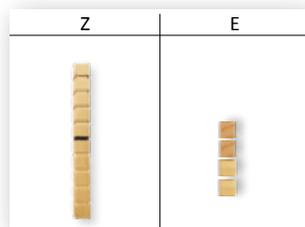
So kann es WEITER gehen!



- Zahlen schreiben bis 20 ZR20/14
- Nachbarzahlen um eins mehr/um eins weniger ZR20/15
- Stellenwertverständnis um 10 mehr/um 10 weniger ZR20/16

Zahlen schreiben bis 20

FÖRDERUNG ZR 20/14



Wichtiges Wissen

In der deutschen Sprache entspricht bei Zahlen die Sprechweise nicht der Schreibrichtung (inverse Sprech- und Schreibweise). Daher muss das Notieren von mehrstelligen Zahlen erarbeitet und geübt werden. Es heißt „vierzehn“, man schreibt jedoch zuerst 1 und dann erst 4. Diese Schreibrichtung ist wichtig, denn sie wird später auch für das Arbeiten mit dem Taschenrechner und am Computer benötigt.

Stolpersteine vermeiden

Sprachliches Begleiten beim Aufschreiben von Zahlen kann helfen, mit dieser „verkehrten (inversen) Sprechweise“, wie es manche Kinder empfinden, umzugehen. *„Vierzehn ist zehn und vier. Ich schreibe 1 Zehner und 4 Einer.“* Das Kind schreibt zuerst die 1 und dann die 4. Gleichzeitig wird dabei das Stellenwertsystem* bewusst gemacht. Hilfestellung bietet die Stellenwerttafel als visuelle Unterstützung.

→ Achtung, falsch: *„Schreib, wie du hörst!“*

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Mit dem Kind genau diese besondere Sprechweise, die nicht der Schreibweise entspricht, thematisieren: *„Vierzehn bedeutet 1 Zehner und 4 Einer. Daher schreibe ich 1 und 4.“* *„Bei Vierzehn denke ich an 1 Zehner und 4 Einer.“* „Übersetzungen“* in verschiedene Darstellungsformen: Zahlwort – Zahlsymbol – Mengenbild – Stellenwertmaterial – Stellenwerttafel.

Zahlen schreiben bis 20

FÖRDERUNG ZR 20/14

So kann es gehen!

Material: Zahlenkarten, Mengenbilder, Kopie der Stellenwerttafel, Stellenwertmaterial, Papier und Stift

Sprache: Zahlwörter 1-20

Vierzehn bedeutet ein Zehner und vier Einer. Daher schreibe ich 1 und 4.

Bei Vierzehn denke ich an einen Zehner und vier Einer.

Handlung: • Ein Mengenbild wird gezeigt. Das Kind benennt die Menge und schreibt die Zahl in die Stellenwerttafel.

• Eine Zahlenkarte wird gezeigt. Die Zahl wird gelesen und die Menge mit Stellenwertmaterial gelegt.

„*Vierzehn. Das bedeutet 1 Zehner und 4 Einer.*“

Die Zahl wird notiert und evtl. ein Mengenbild dazu gezeichnet (1 Zehnerstange, 5 Einerwürfel).

• Eine Zahl wird genannt. Die Stellenwerttafel liegt vor dem Kind und es denkt „laut“:

„*Ich schreibe 1 Zehner und ___ Einer.*“

Varianten: • Rätsel: „*Meine Zahl hat 1 Zehner und 6 Einer. Wie heißt die Zahl?*“

(evtl. Zahlenkarte suchen, Zahl notieren, Mengenbild zeichnen)

Aber auch: „*Meine Zahl hat 8 Einer und 1 Zehner.*“

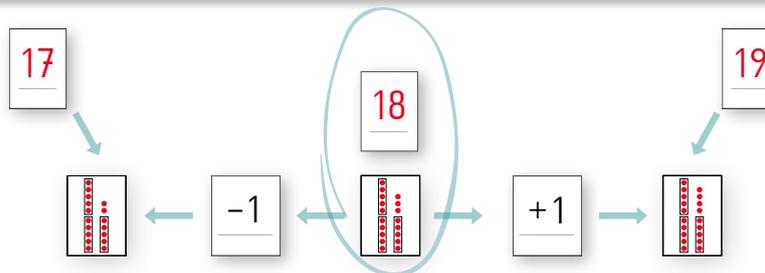
So kann es WEITER gehen!



- Nachbarzahlen – um eins mehr/um eins weniger ZR20/15
- Stellenwertverständnis um 10 mehr/um 10 weniger ZR20/16

Nachbarzahlen – um eins mehr/um eins weniger

FÖRDERUNG ZR 20/15



Wichtiges Wissen

Die Menge wird um eins größer, wenn ich ein Element dazugebe. Die Menge wird um eins kleiner, wenn ich ein Element wegnehme.

Stolpersteine vermeiden

Mengenbilder, Zahlwörter und die Reihenfolge der Zahlwörter im Zahlenraum 20 sind abgesichert.

Nachbarzahlen – um eins mehr/um eins weniger [ZR10/19](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Ein Verständnis für die Beziehung benachbarter Zahlen wird mit Hilfe von Sprache entwickelt:

„19 ist um eins mehr als 18“, aber auch „18 ist um eins weniger als 19.“

Nachbarzahlen – um eins mehr / um eins weniger

FÖRDERUNG ZR 20/15

So kann es gehen!

Material: Zahlenkarten, Mengenbilder, Aufforderungskarten (+ 1 / - 1)

Sprache: Zahlwörter, um eins mehr, um eins weniger, der Nachfolger, der Vorgänger
___ ist der Nachfolger/der Vorgänger von ____, weil ___ um eins mehr/weniger als ___ ist.

- Handlung**
- Eine Zahlenkarte wird aufgelegt. Das Kind legt das passende Mengenbild dazu.
L: „Lege nun das passende Mengenbild daneben, auf dem um einen Punkt mehr/weniger ist.“
Das Kind legt das Mengenbild und die passende Zahlenkarte dazu.
 - Sprachliche Begleitung der Handlung:
„19 ist der Nachfolger von 18, weil 19 um eins mehr als 18 ist.“
Oder: *„..., weil 9 um eins mehr ist als 8.“* (Verbindung zu Analogieaufgaben* im ZR10)
„17 ist der Vorgänger von 18, weil 17 um eins weniger als 18 ist.“
 - Eine Zahlenkarte und eine Aufforderungskarte werden gezeigt.
Das Kind nennt die passende Zahl und evtl. auch die Rechnung (z.B. $17 + 1 = 18$ / $17 - 1 = 16$).
- Variante:**
- Vor- und Nachgänger durch Arbeit mit Zahlenkarten und Mengenbildern bestimmen.

So kann es WEITER gehen!

- Rechenstrategie + 1 / - 1 ZR10/28 wird auf den Zahlenraum 20 übertragen.
- Analogieaufgaben* im Zahlenraum 20 ZR20/19
Analogien und Rechenstrategien* ZR20/20

Stellenwertverständnis um 10 mehr / um 10 weniger

FÖRDERUNG ZR 20/16



Wichtiges Wissen

Durch Analogieaufgaben* werden Zusammenhänge zwischen dem Zahlenraum 10 und 20 sichtbar gemacht. Diese Zusammenhänge werden als eine Rechenstrategie* bei Rechenoperationen angewandt.

Stolpersteine vermeiden

Analogieaufgaben* können nur genutzt werden, wenn das Verständnis des Stellenwertsystems* ausreichend entwickelt ist: Stellenwertmaterial [ZR20/1](#) oder [ZR20/3](#), Bündeln und Entbündeln [ZR20/2](#) oder [ZR20/4](#), Stellenwerttafel [ZR20/5](#) und [ZR20/6](#), Zwanzigerfeld [ZR20/10](#) und [ZR20/11](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Durch „Übersetzungen“* in unterschiedliche Darstellungsformen wird mathematisches Verständnis entwickelt: Zahlsymbol – Stellenwertmaterial – Mengenbild – Zahl nennen. Ausgangspunkt für die Übungen soll immer wieder eine andere Darstellungsform sein.

Stellenwertverständnis um 10 mehr / um 10 weniger

FÖRDERUNG ZR 20/16

So kann es gehen!

Material: Stellenwertmaterial, Zahlenkarten (1–20), Aufforderungskarten (+ 10/ – 10), Fingerbilder*

Sprache: Einer, Zehner, um zehn mehr, um zehn weniger

Da sind ___ Einer. Das sind ___ Einer und eine Zehnerstange. Da ist um eine Zehnerstange mehr/weniger.

Es kommt 1 Zehner dazu/weg.

Handlung: • Die Zahlenkarten 4 und 14 werden aufgelegt.

L: „Lege das passende Material dazu! Was kannst du entdecken?“ – „Was ist gleich? Wo ist der Unterschied?“

K: „Da ist ein Zehner mehr“. bzw. „Da ist ein Zehner weniger.“

• Die Menge von 4 und 14 liegt auf dem Tisch. *L: „Lege die passenden Zahlenkarten dazu!“*

L: „Finde selber solche Zahlenpaare und lege die Mengen dazu!“

L: „Warum gehören sie zusammen?“ K: „Es ist um einen Zehner mehr/weniger.“

• Die Lehrperson nennt eine Zahl im Zahlenraum 10 und zeigt die Aufforderungskarte + 10.

L: „Sag mir die Zahl um 10 mehr!“ K: „ $3 + 10 = 13$.“

• Die Lehrperson nennt eine Zahl zwischen 10 und 20 und zeigt die Aufforderungskarte – 10.

L: „Sag mir die Zahl um 10 weniger!“ K: „ $16 - 10 = 6$.“

Variante: • Eine Zehnerstange liegt vor dem Kind. Das Kind zeigt mit dem Fingerbild* die Einerstelle.

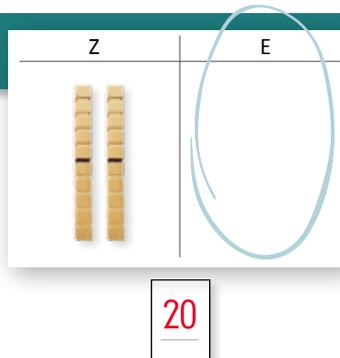
L: „Du hast 18. Wie viel musst du wegnehmen, damit du 10 hast?“

K: „Ich muss 8 Finger einklappen.“

So kann es WEITER gehen!

- Analogieaufgaben* im Zahlenraum 20 ZR20/19
- Analogien und Rechenstrategien* ZR20/20

„Die wichtige Null“



FÖRDERUNG ZR 20/17

Wichtiges Wissen

Für das Kind bedeutet 0 meist „nichts“. Diese Vorstellung ist für das Rechnen nicht ausreichend.

Die mathematische Bedeutung der Null ist: **kein Element**.

Folgendes Wissen ist für ein tragfähiges mathematisches Verständnis notwendig:

Die Null bei 20 bzw. 10 bedeutet nicht „nichts“, sondern dass es bei dieser Zahl **keine Einer** gibt.

Stolpersteine vermeiden

Bündeln und Entbündeln [ZR20/2](#) oder [ZR20/4](#)

Arbeit mit der Stellenwerttafel [ZR20/6](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Mit dem Kind den Unterschied zwischen 1 und 10 bzw. 2 und 20 mit Material und Sprache beschreiben und die Bedeutung der Null herausarbeiten.

„Die wichtige Null“

FÖRDERUNG ZR 20/17

So kann es gehen!

Material: Zahlenkarten, Stellenwerttafel, Stellenwertmaterial

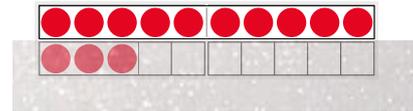
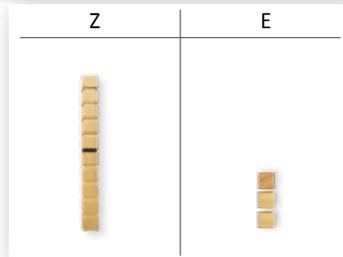
Sprache: Null, kein Einer

Handlung: • *L: „Lege die Menge 10 und die passende Zahlenkarte dazu.“ „Lege die Menge 20 und die passende Zahlenkarte dazu.“*
Die Menge soll gebündelt, d.h. mit Zehnerstangen dargestellt sein.
Die Menge wird in die Stellenwerttafel gelegt und die Bedeutung der Ziffern 1, 2 und 0 besprochen.
K: „Da ist 1 Zehner und da 0 Einer. Ich schreibe 1 – 0. Die Zahl heißt 10.“
„Da sind 2 Zehner und da 0 Einer. Ich schreibe 2 – 0. Die Zahl heißt 20.“

So kann es WEITER gehen!  • Rechenoperationen mit Null

Rechenoperationen mit Stellenwerten („Kraft der 10“)

FÖRDERUNG ZR 20/18



Wichtiges Wissen

Das Verständnis des Stellenwertsystems* wird mit Hilfe des „Teil-Ganzen-Prinzips“* zusätzlich vertieft.
„Zehn und drei ist dreizehn. Dreizehn weniger zehn ist drei bzw. dreizehn weniger drei ist zehn.“

Stolpersteine vermeiden

Stellenwertmaterial [ZR20/1](#) und [ZR20/3](#)

Stellenwerttafel [ZR20/5](#) und [ZR20/6](#)

Zwanzigerfeld [ZR20/10](#) und [ZR20/11](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Beim Legen und Beschreiben der Aufgaben auf die Unterscheidung von Zehnern und Einern achten.

Diese Aufgabenstellungen vertiefen das Verständnis von Umkehraufgaben*:

$$10 + 3 = 13, 13 - 3 = 10 / 3 + 10 = 13, 13 - 10 = 3$$

Rechenoperationen mit Stellenwerten („Kraft der 10“)

FÖRDERUNG ZR 20/18

So kann es gehen!

Material: Stellenwerttafel, Stellenwertmaterial, Zwanzigerfeld, Punkttestreifen, Abdeckstreifen, Aufforderungskarten (+10/- 10), Papier und Stift

Sprache: Einer, Zehner, plus, minus, um 10 mehr, um 10 weniger

Handlung: • Aufgaben in die Stellenwerttafel mit Material legen:

$10 + 3$, $3 + 10$, $13 - 3$, $13 - 10$

L: „Was fällt dir auf?“ „Was kommt dazu?“ / „Was kommt weg (Einer oder Zehner)?“ „Wie heißt das Ergebnis?“ 

K: „Einmal kommt ein Zehner dazu/weg. Einmal kommen die Einer dazu/weg.“

• Aufgaben im Zwanzigerfeld mit Punkttestreifen legen, Subtraktionen mit dem Abdeckstreifen darstellen:

$10 + 6$, $6 + 10$, $16 - 6$, $16 - 10$

• Die Lehrperson sagt Rechnungen an. Das Kind notiert diese und legt die Aufgaben mit Material.

• Eine Zahl wird genannt und eine Aufforderungskarte gezeigt (+10/- 10).

Das Kind sagt die entsprechende Rechnung und das Ergebnis.

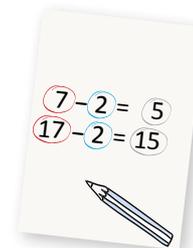
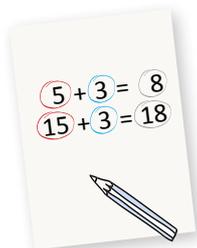
Variante: • Die Lehrperson sagt Additionen an, z.B. $10 + 7$. Das Kind findet die passenden Umkehraufgaben* dazu ($7 + 10$).

So kann es WEITER gehen! 

• Analogieaufgaben im ZR 20: ZR 20/19 und ZR 20/20

Analogieaufgaben

FÖRDERUNG ZR 20/19



Wichtiges Wissen

Durch Analogieaufgaben* werden Zusammenhänge zwischen dem Zahlenraum 10 und 20 sichtbar gemacht. Diese Zusammenhänge werden als Rechenstrategie* bei Rechenoperationen angewandt.

Stolpersteine vermeiden

Analogieaufgaben* können nur genutzt werden, wenn das Verständnis des Stellenwertsystems* ausreichend entwickelt ist: Stellenwertmaterial [ZR20/1](#) und [ZR20/3](#) – Stellenwerttafel [ZR20/5](#) und [ZR20/6](#) – Zwanzigerfeld [ZR20/10](#) und [ZR20/11](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

- 5 + 3 = 8 „*Lege die Rechnung 5 + 3! Was musst du tun, damit die Rechnung 15 + 3 hier liegt?*“ Das Kind legt einen Zehner dazu.
- 15 + 3 = 18 Das Verändern der Rechnung wird meist rasch verstanden. Dass sich dadurch auch das Ergebnis verändert, muss meistens aus der Handlung heraus genau besprochen werden (farbliche Unterstützung siehe Bild).
Ebenso werden Subtraktionen erarbeitet:
- 7 – 2 = 5 „*Lege die Rechnung 7 - 2! Was musst du tun, damit die Rechnung 17 - 2 hier liegt?*“
- 17 – 2 = 15 Das Kind legt einen Zehner dazu (farbliche Unterstützung siehe Bild).

Analogieaufgaben

FÖRDERUNG ZR 20/19

So kann es gehen!

Material: Punktstreifen, Abdeckstreifen, Papier und Stift

Sprache: Einer, Zehner, die Rechnung, die erste Zahl, die zweite Zahl, das Ergebnis
Da ist um eine Zehnerstange mehr/weniger.

Handlung: • Eine „kleine“ Rechnung (im ZR 10) wird mit Punktstreifen (und Abdeckstreifen) dargestellt: $5 + 3$ bzw. $7 - 2$.
Darunter wird die „große“ Rechnung (im ZR 20) mit Material gelegt: $15 + 3$ bzw. $17 - 2$.

L: „Was ist der Unterschied zwischen der ersten und der zweiten Rechnung?“

K: „Bei der ersten Zahl kommt ein Zehner dazu. Die zweite Zahl bleibt gleich.“

L: „Wie heißt das Ergebnis der großen Rechnung? Kann dir die kleine Rechnung dabei helfen?“

K: „Bei der großen Rechnung kommt ein Zehner dazu. Daher kommt auch beim Ergebnis ein Zehner dazu.“

- Die „große“ Rechnung wird gelegt. Die „kleine“ Rechnung wird dazu „gelegt“.
- Passende Rechenpaare werden notiert: $9 - 5$, $19 - 5$ „Was hat sich bei der Rechnung verändert? Wie heißt das Ergebnis?“

Varianten: • Eine „kleine“ Rechnung (z.B. $3 + 2$, $8 - 4$) wird gezeigt. Die „große“ Rechnung wird genannt und ausgerechnet.
(Nur in der Vorstellung wird der Zehner bei der zweiten Rechnung hinzugefügt.)

- Eine „große“ Rechnung (z.B. $14 + 3$, $19 - 4$) wird gezeigt.

L: „Welche Rechnung hilft dir dabei?“ Das Kind nennt die „kleine“ Rechnung.



So kann es WEITER gehen! 

- Analogieaufgaben im Zahlenraum 100 ohne Über- und Unterschreitung

Analogien und Rechenstrategien

FÖRDERUNG ZR 20/20

$$15 + 2 =$$

$$11 + 6 =$$

$$18 - 4 =$$

$$14 + 2 =$$

$$5 + 2 =$$

$$6 + 1 =$$

$$8 - 4 =$$

$$16 - 2 =$$

Wichtiges Wissen

Rechenstrategien*, die im Zahlenraum 10 erarbeitet wurden, werden nun auf Aufgaben im Zahlenraum 20 ohne Über- und Unterschreitung übertragen.

Stolpersteine vermeiden

Rechenstrategien* im Zahlenraum 10 [ZR10/27](#) bis [ZR10/41](#)

Stellenwerttafel [ZR20/5](#) und [ZR20/6](#)

Zwanzigerfeld [ZR20/10](#) und [ZR20/11](#)

Analogieaufgaben* im ZR20 [ZR20/19](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Mathematische Begriffe zu den Rechenstrategien* sind soweit sprachlich abgesichert, dass mathematisches Denken und Handeln beschrieben werden kann. Das Verständnis von Analogieaufgaben* wird vertieft: $3 + 3 = 6$, $13 + 3 = 16$

L: „Was fällt dir auf?“ K: „Bei der zweiten Aufgabe sind die erste Zahl und das Ergebnis um einen Zehner mehr.“

Analogien und Rechenstrategien

FÖRDERUNG ZR 20/20

So kann es gehen!

Material: Zwanzigerfeld, Punktestreifen, Abdeckstreifen, Stellenwertmaterial, Papier und Stift

Sprache: erste Zahl, zweite Zahl, Zehner, Einer, „Kraft der 5“*, Tauschaufgabe*, Verdoppeln, Halbieren, „gegenseitiges Verändern“*, Umkehraufgabe*, Nachbaraufgabe*

Handlung: Rechenstrategien* aus dem ZR10 werden auf Analogieaufgaben* im ZR20 übertragen.

Folgende Rechnungen können z.B. mit Handzerlegungen, Stellenwertmaterial oder Punktestreifen (und Abdeckstreifen) im Zwanzigerfeld dargestellt werden:

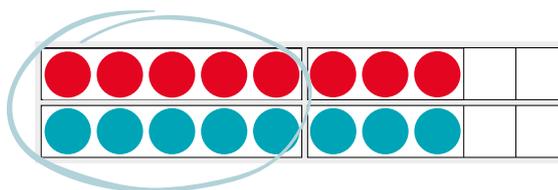
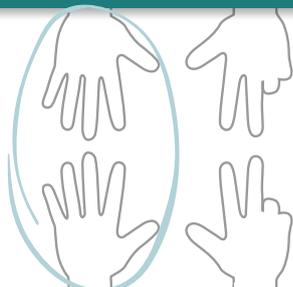
- „Kraft der 5“*: $15 + 2$, $17 - 5$
- Tauschaufgaben*: $11 + 6$ ($6 + 1$)
- Aufgaben mit Null: $13 + 0$, $15 - 0$
- Verdoppeln und Nachbaraufgabe* um eins mehr an der Einerstelle: $13 + 3$ ($3 + 3$) und $13 + 4$ ($3 + 4$)
- Verdoppeln und Nachbaraufgabe* um eins weniger an der Einerstelle: $14 + 4$ ($4 + 4$) und $13 + 4$ ($3 + 4$)
- Halbieren an der Einerstelle: $18 - 4$ ($8 - 4$)
- „gegenseitiges Verändern“*: $17 + 1$, $16 + 2$
- Umkehraufgabe*: $14 + 2$, $16 - 2$

Das Kind notiert die Rechnung sowie entsprechenden Rechenstrategien* gemeinsam mit der Lehrperson.

So kann es WEITER gehen!  • Ähnliche Aufgaben im Zahlenraum 100 bearbeiten und beschreiben

Überschreitung – Verdoppeln

FÖRDERUNG ZR 20/21



8 + 8

Wichtiges Wissen

Beim Verdoppeln als Rechenstrategie* bei der Überschreitung wird die „Kraft der 5“* und das „Teil-Ganzes-Prinzip“* genutzt:

$$8 + 8 = 5 + 3 + 5 + 3 \text{ bzw. } 5 + 5 + 3 + 3$$

Die Handzerlegungen* unterstützen, dass diese Aufgaben rechnerisch und nicht zählend gelöst werden.

Rechnungen mit dieser Strategie sind in der Eins-plus-Eins-Tafel* rot gefärbt.

Stolpersteine vermeiden

Rechenstrategie* Verdoppeln [ZR 10/32](#) ist automatisiert.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

z.B. $8 + 8$: Das Kind zeigt 8 Finger und die Lehrperson zeigt 8 Finger. Die Finger werden nun so aneinander gelegt, dass sich die 5 Finger beider Hände und die 3 Finger beider Hände berühren. Nun werden die beiden Teilmengen ($5 + 5$ und $3 + 3$) bestimmt und addiert.

Alternative: Die Finger werden vor einem Spiegel gezeigt und so verdoppelt.

Abstraktion: Das zweite Fingerbild* wird nur mehr in der Vorstellung dazu gedacht.

Überschreitung – Verdoppeln

FÖRDERUNG ZR 20/21

So kann es gehen!

Material: Fingerbilder*, evtl. Spiegel, Zwanzigerfeld, Punktstreifen, Zahlenkarten, Kopie der Eins-plus-Eins-Tafel (schwarz/weiß) und Stift, rote Rechenkarten der Eins-plus-Eins-Tafel* ($6 + 6$, $7 + 7$, $8 + 8$, $9 + 9$)

Sprache: verdoppeln, das Doppelte
Das Doppelte von ___ ist ___.

Begriffsbildung „Verdoppeln“: Die gleiche Zahl steht **zweimal** da / kommt **zweimal** vor. Beide Zahlen sind gleich.

- Handlung:**
- Wie bei „Denkprozesse anregen“ beschrieben, werden alle Verdopplungsaufgaben bearbeitet: $6 + 6$, $7 + 7$, $8 + 8$, $9 + 9$.
 - Das Kind nimmt eine Rechenkarte, die Verdopplungsaufgabe wird mit Punktstreifen im Zwanzigerfeld gelegt, beschrieben und gelöst, z.B.: $5 + 3 + 5 + 3 = 5 + 5$ und $3 + 3$.
(= „Quasi-simultanes“* Erkennen von 10 in der Blockdarstellung*: $5 + 5$ und die kleine Verdopplungsaufgabe)
 - Blitzübung*: Eine Zahlenkarte (6, 7, 8 oder 9) wird gezeigt. K: „*Das Doppelte von ___ ist ___.*“

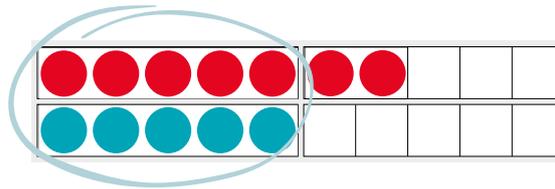
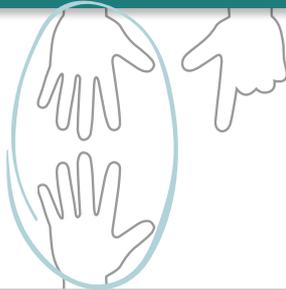
- Varianten:**
- Auf der Eins-plus-Eins-Tafel* werden alle Rechnungen gekennzeichnet, die mit Hilfe des Verdoppelns gelöst werden können.
 - Blick auf 20 im Zwanzigerfeld: „*Wie viel fehlt noch auf 20?*“ ($7 + 7 = 14$ und $14 + __ = 20$)
 - Anbahnung des Malbegriffs am Zwanzigerfeld: L: „*Wie oft siehst du 8?*“ –
K: „*Zweimal, da liegen 8 und da liegen 8. Zusammen sind es 16.*“

So kann es WEITER gehen!

- Überschreitung Verdoppeln $+1/-1$ ZR20/23
- Analogieaufgaben* im Zahlenraum 100 ($6 + 6$, $36 + 6$)

Überschreitung – „Kraft der 5“ bei der Addition

FÖRDERUNG ZR 20/22



$7 + 5$

Wichtiges Wissen

Überschreitungen mit 5 können mit Hilfe der Handzerlegungen* anschaulich ohne Zählen gelöst werden. Rechnungen mit dieser Strategie sind in der Eins-plus-Eins-Tafel* gelb gefärbt.

Stolpersteine vermeiden

Fingerbilder* [ZR10/12](#)

Rechenstrategie Handzerlegungen* [ZR10/29](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Z.B. $7 + 5$: Das Kind zeigt 7 Finger, die Lehrpersonen zeigt 5 Finger. Die Finger werden nun so aneinander gelegt, dass sich die 5 Finger beider Hände berühren. Nun werden die beiden Teilmengen ($5 + 5$ und 2) bestimmt und addiert.

Alternative: Das Kind zeigt 7 Finger. Die 5 Finger werden vor einem Spiegel gezeigt und so verdoppelt.

Abstraktion: Die Handlung des Spiegelns (Verdoppeln der 5) wird nur mehr in der Vorstellung durchgeführt.

Überschreitung – „Kraft der 5“ bei der Addition

FÖRDERUNG ZR 20/22

So kann es gehen!

Material: Fingerbilder,* Zwanzigerfeld, Punktstreifen, Papier und Stift, gelbe Rechenkarten der Eins-plus-Eins-Tafel* ($6 + 5$, $7 + 5$, $8 + 5$, $9 + 5$ und deren Tauschaufgaben), Kopie der Eins-plus-Eins-Tafel (schwarz/weiß)

Sprache: Begriffsbildung „Kraft der 5“*: Bei 7 denke ich an $5 + 2$, usw.

Handlung:

- Zehnerüberschreitungen mit 5 und deren Tauschaufgaben* werden mit Hilfe der Fingerbilder* erarbeitet, z.B.: $6 + 5$, $7 + 5$, $8 + 5$, $9 + 5$
- Das Kind nimmt eine Rechenkarte.
Die Rechnung wird mit Punktstreifen im Zwanzigerfeld gelegt, beschrieben und gelöst.
(= „Quasi-simultanes“* Erkennen von 10 in der Blockdarstellung*: $5 + 5 + \underline{\quad}$)



Varianten:

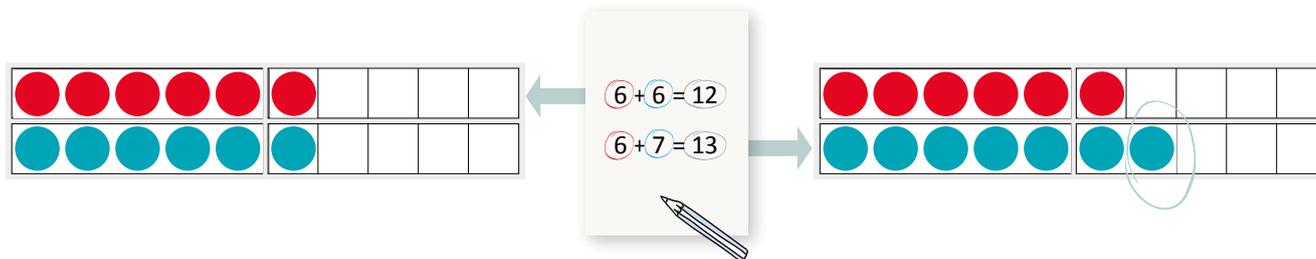
- Auf der Eins-plus-Eins-Tafel* werden Überschreitungen mit + 5 und deren Tauschaufgaben* herausgesucht, notiert und gelöst (z.B. $5 + 7$, $7 + 5$).
- Arbeit im Zwanzigerfeld – nachdem die Plusaufgabe gelöst wurde, wird überlegt, wie viel auf 20 fehlt, z.B.: $7 + 5 = 12$ und $12 + \underline{\quad} = 20$.

So kann es WEITER gehen!

- Analogieaufgaben im Zahlenraum 100 ($5 + 7$, $15 + 7$, $25 + 7$, ...)
- Überschreitungen mit „Kraft der 5“ notieren: $6 + 8 = (5 + 1) + (5 + 3) = 5 + 5 + 1 + 3 = 10 + 4$

Überschreitung – Verdoppeln + 1/-1

FÖRDERUNG ZR 20/23



Wichtiges Wissen

Das Kind muss verstehen, wenn eine Teilmenge um eins mehr oder weniger wird, dann wird auch das Ergebnis um eins mehr oder weniger. Handelnd die „Wenn-dann-Beziehung“ sichtbar machen: **Wenn** eine Menge um eine bestimmte Anzahl verändert wird, **dann** verändert sich auch das Ergebnis um diese Anzahl. Rechnungen mit dieser Strategie sind in der Eins-plus-Eins-Tafel* rosa gefärbt.

Stolpersteine vermeiden

Rechenstrategie* Verdoppeln + 1/- 1 [ZR10/28](#), Überschreitung – Verdoppeln [ZR20/21](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Verdopplungsaufgabe und Nachbaraufgabe* miteinander vergleichen und beschreiben:

$6 + 6 = 12$ „*Lege die Rechnung $6 + 6$! Was musst du tun, damit die Rechnung $6 + 7$ / $7 + 6$ hier liegt?*“

$6 + 7 = 13$ Das Kind legt ein Plättchen dazu.

$7 + 6 = 13$ Das Verändern der Rechnung wird meist rasch verstanden. Dass sich dadurch auch das Ergebnis verändert, muss meistens aus der Handlung heraus genau besprochen werden (farbliche Unterstützung siehe Bild).
Darauf achten, dass **entweder** die erste **oder** die zweite Zahl um eins verändert werden kann!

Bei diesen Aufgaben steht auch die Rechenstrategie mit „Kraft der 5“* als möglicher Lösungsweg zur Verfügung:
 $6 + 7 = 5 + 1$ und $5 + 2$
(siehe [ZR20/22](#))

Überschreitung – Verdoppeln +1/-1

FÖRDERUNG ZR 20/23

So kann es gehen!

Material: Zwanzigerfeld, Punktstreifen, Abdeckstreifen, rot-blaue Plättchen, Fingerbilder*, Papier und Stift, rote und rosa Rechenkarten der Eins-plus-Eins-Tafel *($6 + 6$, $6 + 7$, $7 + 6$ usw.)

Sprache: die erste Zahl, die zweite Zahl, um eins mehr/weniger, das Ergebnis

Die erste Zahl ist gleich. Die zweite Zahl ist um eins mehr/weniger. Das Ergebnis ist auch um eins mehr/weniger.

Begriffsbildung „Verdoppeln +1“: Ich denke an das Doppelte und gebe eins dazu.

„Verdoppeln – 1“: Ich denke an das Doppelte und nehme eins weg.

Handlung: • Verdopplungsaufgaben im Zwanzigerfeld in Fünferstruktur (Blockdarstellung*) legen und beschreiben:
z.B. $6 + 6 = 12$, anschließend wird ein Punkt dazugegeben oder abgedeckt.

Das Kind beschreibt die neue Aufgabe: „*In der zweiten Reihe ist um ein Plättchen mehr (weniger).*“

L: „Wie heißen nun die Rechnung und das Ergebnis?“

• Lehrperson und Kind zeigen Verdopplungsaufgaben mit Fingerbildern*. Die Aufgabe wird um eins mehr/weniger verändert. Die Rechnungen werden genannt und notiert. Die passende Verdopplungsaufgabe wird dazugeschrieben..

• Rechenstrategie* nur noch in der Vorstellung durchführen:

Eine Verdopplungsaufgabe wird im Zwanzigerfeld oder als Fingerbild* aus vier Händen gezeigt.

Das Kind sagt die passende Rechnung. Anschließend verändert es in der Vorstellung eine Teilmenge um eins mehr/weniger, formuliert die neue Rechnung und schreibt diese auf.

• Eine Verdopplungsaufgabe + 1 /- 1 wird aufgeschrieben. *L: „Welche Verdopplungsaufgabe kann dir helfen?“*

Variante: • Zu den roten Rechenkarten der Verdopplungsaufgaben werden die rosa Nachbaraufgaben* gefunden. Diese werden beschrieben und als Rechnung notiert (bei Unsicherheiten auch gelegt): z.B. $8 + 8 \rightarrow 8 + 9, 9 + 8, 8 + 7, 7 + 8$

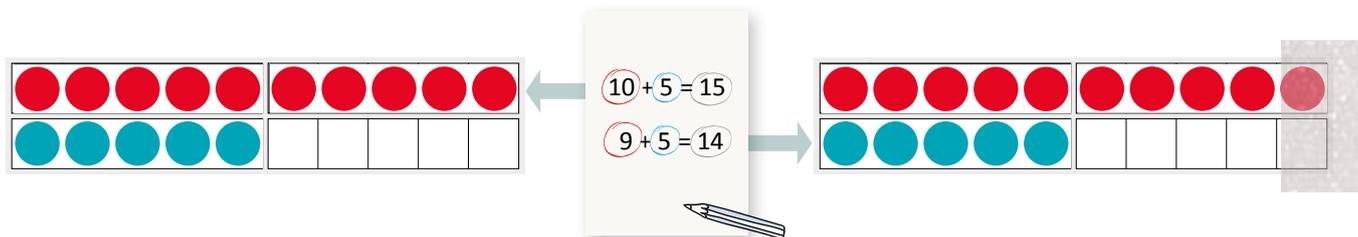


So kann es WEITER gehen!

• Analogieaufgaben* im Zahlenraum 100 ($6 + 7$, $46 + 7$)

Überschreitung – Zehnergrenze

FÖRDERUNG ZR 20/24

**Wichtiges Wissen**

Mit dem Verständnis der Nachbaraufgaben* können Überschreitungen mit 9 ohne Zählen gelöst werden.

$10 + 5 = 15$, $9 + 5 = 14$. Das Ergebnis ist um eins weniger, weil die erste Zahl um eins weniger ist.

Rechnungen mit dieser Strategie sind in der Eins-plus-Eins-Tafel* vorwiegend hellblau gefärbt.

Stolpersteine vermeiden

Die Beziehung zwischen den Mengen 9 und 10 (um eins mehr bzw. weniger) ist verstanden und kann somit auf Rechenaufgaben übertragen werden.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Aufgaben werden mit Punktestreifen gelegt und das Verändern der Teilmenge mit dem Abdeckstreifen verdeutlicht.

Das Verändern der Rechnung wird meist rasch verstanden. Dass sich dadurch auch das Ergebnis verändert, muss meistens aus der Handlung heraus genau besprochen werden (farbliche Unterstützung siehe Bild).

Überschreitung – Zehnergrenze

FÖRDERUNG ZR 20/24

So kann es gehen!

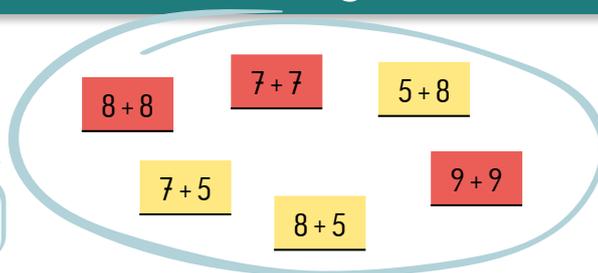
- Material:** Punktstreifen, Zwanzigerfeld, Abdeckstreifen, hellblaue Rechenkarten der Eins-plus-Eins-Tafel* (mit $9 + _ / _ + 9$), Kopie der Eins-plus-Eins-Tafel (schwarz/weiß), Papier und Stift
- Sprache:** die erste Zahl, die zweite Zahl, um eins weniger, gleich, das Ergebnis
Die erste Zahl wird um eins weniger, die zweite Zahl bleibt gleich.
Das Ergebnis ist auch um eins weniger.
Begriffsklärung „Zehnergrenze“*: Ich denke an die Aufgabe mit 10.
- Handlung:**
- Die Aufgabe $10 + 5$ wird im Zwanzigerfeld gelegt (lineare Darstellung* in diesem Fall verständlicher).
L: „Was musst du tun, damit $9 + 5$ liegt?“ K: „Ich muss von 10 eins wegnehmen/abdecken.“
L: „Was passiert dann mit dem Ergebnis?“ K: „Es wird um eins weniger.“
 - Die Aufgabe $9 + 6$ wird notiert.
L: „Welche Rechnung hilft dir dabei?“ – K: „Ich denke an $10 + 6$ und dann um eins weniger.
Das Kind nimmt eine Rechenkarte, weitere Aufgabe mit $9 + _ / _ + 9$ werden auf dieselbe Weise überlegt.
- Variante:**
- Auf der Eins-plus-Eins-Tafel* werden Rechnungen mit Überschreitungen markiert, für die eine Rechenstrategie* z.B. Zehnergrenze* und „Kraft der 5“* (Aufgaben mit der Teilmenge 5 oder 9) bereits bekannt ist.
Mit dem Kind entdecken, dass für die Aufgabe $9 + 5 / 5 + 9$ beide Strategien genutzt werden können.

So kann es WEITER gehen!  • Analogieaufgaben* im Zahlenraum 100 ($39 + 7$)

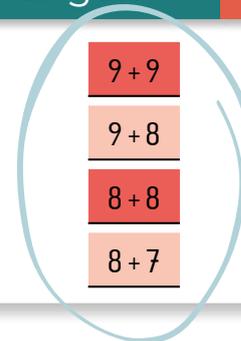
Anwenden von Rechenstrategien bei Überschreitungen

FÖRDERUNG ZR 20/25

Verdopplungen,
„Kraft der 5“*



Verdopplungen,
Verdopplung -1



Wichtiges Wissen

Überschreitungen werden automatisiert, indem das Kind zu einer Aufgabe die passende Rechenstrategie* finden kann: „Was fällt dir auf?“ „Wie kannst du rechnen?“ Alle Überschreitungen können mit den erarbeiteten Rechenstrategien* gelöst werden, bis auf folgende vier Aufgaben: $7 + 4$, $8 + 3$ / $8 + 4$, $8 + 6$ (siehe „Handlung“). Diese Rechnungen sind in der Eins-plus-Eins-Tafel* hellblau bzw. weiß gefärbt.

Stolpersteine vermeiden

Rechenstrategien* zu den Überschreitungen sind erarbeitet und geübt:

Verdoppeln ZR20/21, „Kraft der 5“* ZR20/22, Verdoppeln $+ 1$ / $- 1$ ZR20/23, Zehnernähe* ZR20/24.

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Denkprozesse von Rechenstrategien* mit Hilfe von selbst erstellten Karteikarten automatisieren:

Eine Rechnung wird auf eine Karteikarte Größe A7 notiert. Auf der Rückseite wird aufgeschrieben, mit welcher Rechenstrategie die Aufgabe berechnet wird oder welche Aufgabe helfen kann (z.B. Vorderseite $6 + 7$, Rückseite $6 + 6$ / Vorderseite: $9 + 4$, Rückseite $10 + 4$). Diese Karten sollen mit dem Kind gemeinsam erarbeitet und zum regelmäßigen Üben verwendet werden.

Anwenden von Rechenstrategien bei Überschreitungen

FÖRDERUNG ZR 20/25

So kann es gehen!

Material: Rechenkarten (färbig oder schwarz/weiß) mit Überschreitungen aus der Eins-plus-Eins-Tafel*, Eins-plus-Eins-Tafel (färbig), Papier und Stift

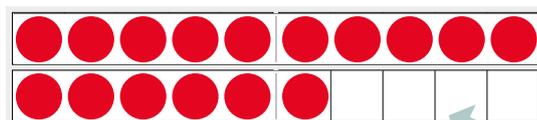
Sprache: Verdoppeln, Verdoppeln + 1 / - 1, „Kraft der 5“*, Zehnernähe*, Nachbaraufgaben*
Was fällt dir auf? Wie kannst du rechnen? Welche Rechnung hilft dir?

- Handlung:**
- Aufgaben zu zwei verschiedenen Rechenstrategien* werden von der Lehrperson aufgelegt: „*Was fällt dir auf?*“
Das Kind beschreibt die Rechenstrategien* und sortiert die Aufgaben danach.
 - Mit dem Kind werden zu den Rechenkarten $7 + 4$, $8 + 4$, $8 + 6$, $8 + 3$ passende Rechenstrategien gesucht, die zur Lösung führen können:
 $7 + 4 \rightarrow 7 + 3$ oder $7 + 5$
 $8 + 3 \rightarrow 8 + 2$
 $8 + 4 \rightarrow 8 + 5$
 $8 + 6 \rightarrow 8 + 5$ oder „Kraft der 5“ ($5 + 3 + 5 + 1$)
 - Beziehungen von Rechnungen zueinander entdecken:
Die Lehrperson notiert $9 + 9$, $9 + 8$, $8 + 8$
L: „Finde die nächste mögliche Aufgabe!“ (z.B. $8 + 7$)
- Variante:**
- Gemeinsam andere Möglichkeiten suchen, nach denen sortiert werden kann (siehe Eins-plus-Eins-Tafel* färbig).
Manche Rechnungen passen zu mehreren Rechenstrategien*.

So kann es WEITER gehen!  • „Schöne Päckchen“* selber finden

Ergänzen auf 20

FÖRDERUNG ZR 20/26



Wie viele fehlen noch?

$$16 + \underline{\quad} = 20$$

**Wichtiges Wissen**

Wenn das Ergänzen bis 10 automatisiert ist und die Zahlen zwischen 11 und 20 als Zusammensetzung aus Zehnern und Einern verstanden werden, können Ergänzungen bis 20 als Analogieaufgaben* bearbeitet werden ($6 + \underline{\quad} = 10 \rightarrow 16 + \underline{\quad} = 20$).

Stolpersteine vermeiden

Ergänzungen im ZR 10 [ZR 10/42](#) und [ZR 10/43](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Gelegte und fehlende Mengen im Zwanzigerfeld werden mit der „Quasi-Simultanerfassung“* beschrieben und benannt: „Da liegen 16. Es fehlen noch 4.“

Ergänzen auf 20

FÖRDERUNG ZR 20/26

So kann es gehen!

Material: Zwanzigerfeld, Punkttestreifen, Fingerbilder*, Papier und Stift

Sprache: Das sind _____. Wie viele fehlen noch, damit ich 20 habe? Da fehlen noch _____.

Handlung: • Eine Menge wird im Zwanzigerfeld mit Punkttestreifen gelegt.

L: „Wie viele Punkte fehlen noch, damit du 20 hast?“

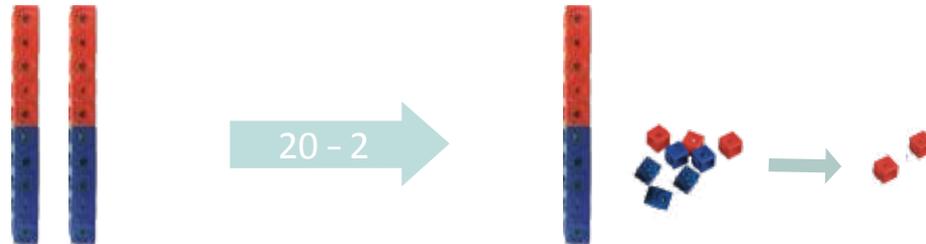
K: „Da fehlen noch ____.“

- Die Rechnung wird notiert, z.B. $16 + \underline{\quad} = 20$.
- Eine „große“ Rechnung ($16 + \underline{\quad} = 20$) wird notiert. Bevor diese berechnet wird, wird die „kleine“ Rechnung ($6 + \underline{\quad} = 10$) dazugeschrieben und ausgerechnet (evtl. Fingerbild* als Hilfestellung).
- „Kleine“ und „große“ Rechnungen als Paare finden und aufschreiben.

So kann es WEITER gehen!  • Entbündeln ZR20/27

Entbündeln ($20 - \underline{\quad}$)

FÖRDERUNG ZR 20/27



Wichtiges Wissen

Von einfachen und bekannten Aufgaben ausgehen ($10 - \underline{\quad}$).

Dieses Wissen auf schwierigere Rechnungen ($20 - \underline{\quad}$) übertragen bzw. mit diesen verknüpfen.

Stolpersteine vermeiden

Bündeln und Entbündeln [ZR20/2](#) oder [ZR20/4](#)

Zerlegungen von 10 [ZR10/36](#) und [ZR10/37](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Der Entbündelungsprozess wird sprachlich begleitet, damit sich folgendes Verständnis entwickelt:

„20 bedeutet 2 Zehner. Ich habe keine Einer. Wenn ich Einer wegnehmen möchte, muss ich zuerst eine Zehnerstange in 10 Einerwürfel tauschen. Oder eine Zehnerstange aus Steckwürfeln wird in die 10 Einerwürfel zerlegt.“

Auch das Ergebnis wird genau beschrieben: *„18. Vorher hatte ich 2 Zehner. Jetzt habe ich nur noch 1 Zehner, denn eine Zehnerstange habe ich getauscht. Beim Wegnehmen habe ich an die „kleine“ Rechnung gedacht ($10 - 2$), die kann ich auch gut bei meinen Fingern sehen.“*

Entbündeln (20 – __)

FÖRDERUNG ZR 20/27

So kann es gehen!

Material: Fingerbilder*, Zwanzigerfeld, Punkttestreifen, Abdeckstreifen, Steckwürfel, Stellenwertmaterial

Sprache: wegnehmen, abdecken, weniger, minus
Nimm__ weg! Decke __ ab!

Handlung: • Aufgaben mit Steckwürfeln: Zwei Zehnerstangen aus je 5 roten und 5 blauen Steckwürfeln liegen vor dem Kind. Eine bestimmte Anzahl an Würfeln (20 – __) wird von einer Zehnerstange weggenommen, abgedeckt oder weggedacht.
L: „Du hast 20. Nimm __ Einerwürfel weg! Was musst du tun?“ – „Wie viele Zehnerstangen hast du jetzt? Wie viele Einerwürfel?“

- Aufgaben mit Stellenwertmaterial: Zwei Zehnerstangen liegen vor dem Kind. Damit Einerwürfel weggenommen werden können (20 – __), muss zuerst eine Zehnerstange in 10 Einerwürfel getauscht werden.
- Aufgaben im Zwanzigerfeld mit Punkttestreifen: Punkte werden mit dem Abdeckstreifen abgedeckt.

Varianten: • Aufgaben mit Zehnerstange und Fingerbild*: Eine Zehnerstange liegt vor dem Kind, der andere Zehner wird mit den Fingern gezeigt.

L: „Du hast 20. Nimm 2 weg!“ Das Kind klappt 2 Finger ein und denkt bei der Antwort den Zehner mit.

K: „20 weniger/minus 2 ist 18.“

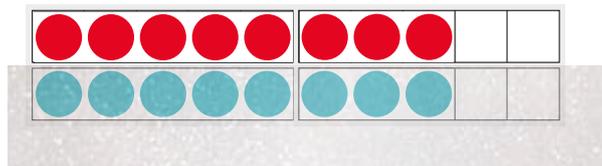
- Blitzübung* im Zwanzigerfeld:
Zwei Zehner liegen im Zwanzigerfeld. Ein Finger teilt den zweiten Zehner in zwei Teilmengen, z.B. 2 und 8.
K: „12 und 8 ist 20.“ oder „20 minus 8 ist 12.“
- Aufgaben werden mit dem leeren Zwanzigerfeld nur in der Vorstellung gelöst.

So kann es WEITER gehen!

- ➔ • Analogieaufgaben* im Zahlenraum 100 (30 – 4)

Überschreitung – Halbieren

FÖRDERUNG ZR 20/28



16 - 8

Wichtiges Wissen

Sind die Verdopplungen und das Verständnis der Umkehraufgaben* gesichert, können Zahlen im Zahlenraum 20 ohne Zählen halbiert werden.

Rechnungen mit dieser Strategie sind in der Eins-minus-Eins-Tafel* rot gefärbt.

Stolpersteine vermeiden

Überschreitung - Verdoppeln [ZR 20/21](#)

Umkehraufgaben* [ZR 10/27](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Der Zusammenhang der Operationen Addition und Subtraktion kann z.B. so erfasst werden:

„Zuerst gebe ich ___ dazu. Dann nehme ich gleich viele wieder weg.“

Unterschreitung – Halbieren

FÖRDERUNG ZR 20/28

So kann es gehen!

Material: Fingerbilder*, Zwanzigerfeld, Punktstreifen, Abdeckstreifen, Zahlenkarten, Kopie der Eins-minus-Eins-Tafel (schwarz/weiß), rote Rechenkarten der Eins-minus-Eins-Tafel* ($12 - 6$, $14 - 7$, $16 - 8$, $18 - 9$) und der Eins-plus-Eins-Tafel*, Papier und Stift

Sprache: die Hälfte, halbieren, gleich viele, minus, wegnehmen

Es bleibt eine Hälfte übrig. ___ ist die Hälfte von ___. Oben sind ___ Plättchen, unten sind auch ___ Plättchen.

In der ersten Zeile sind ___ Plättchen, in der zweiten Zeile sind ___ Plättchen. Ich gebe ___ dazu. Ich nehme ___ weg.

Zusammen sind es ___. Jetzt sind es ___.

Begriffsbildung „Halbieren“: Ich teile so auf zwei Personen auf, dass jede gleich viele hat.

- Handlung:**
- Die Verdopplungsaufgabe $8 + 8 = 16$ wird mit den Fingerbildern* oder mit Punktstreifen im Zwanzigerfeld (in der ersten Zeile liegen 8 und in der zweiten Zeile liegen 8) gezeigt und berechnet. Anschließend wird die passende Minusrechnung (Umkehraufgabe*) formuliert: $16 - 8 = 8$. *K: „8 ist die Hälfte von 16.“*
 - Eine weitere Halbierungsaufgabe wird so notiert, z.B. $14 - 7$. Das Kind überlegt, welche Umkehraufgabe* dazugehört: $7 + 7 = 14$.
 - Die Rechenkarten (Verdopplungs- und Halbierungsaufgaben) liegen gemischt auf dem Tisch. Das Kind sucht die passenden Aufgabenpaare zusammen, schreibt diese auf und rechnet sie aus.
- Varianten:**
- Die Zahlenkarten von 10–20 liegen vor dem Kind. Das Kind sucht jene Zahlen heraus, die halbiert werden können.
 - Auf der Eins-minus-Eins-Tafel* werden gemeinsam Rechnungen herausgesucht und gekennzeichnet, die mit Hilfe des Halbierens gelöst werden können.

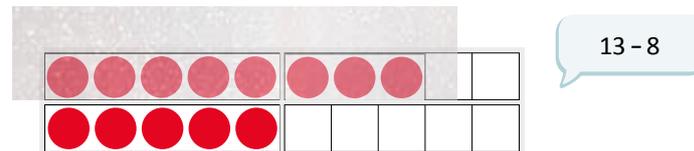
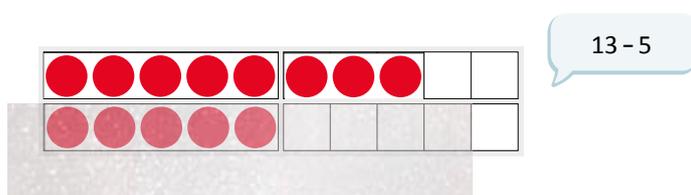
So kann es WEITER gehen!



- Analogieaufgaben* im Zahlenraum 100 ($34 - 7$)

Unterschreitungen – „Kraft der 5“

FÖRDERUNG ZR 20/29



Wichtiges Wissen

Bei den Unterschreitungen „- 5“ und „= 5“, wird die bildliche Vorstellung der Blockdarstellung* im Zwanzigerfeld genutzt.

Folgende Aufgaben können anschaulich ohne Zählen gelöst werden:

11 - 5, 11 - 6, 12 - 5, 12 - 7, 13 - 5, 13 - 8, 14 - 5, 14 - 9 (gelb gefärbt in der Eins-minus-Eins-Tafel*).

Stolpersteine vermeiden

Zwanzigerfeld [ZR20/10](#) und [ZR20/11](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Durch das Legen von Mengen im Zwanzigerfeld mit Fünfpunktstreifen in der Blockdarstellung* können die genannten Subtraktionen mit einem Blick gelöst werden.

Unterschreitungen – „Kraft der 5“

FÖRDERUNG ZR 20/29

So kann es gehen!

Material: Zwanzigerfeld, Punktstreifen, Abdeckstreifen, Kopie der Eins-minus-Eins-Tafel (schwarz/weiß), Papier und Stift, gelbe Rechenkarten der Eins-minus-Eins-Tafel* (11 - 5/11 - 6, 12 - 5/12 - 7, 13 - 5/13 - 8, 14 - 5/14 - 9)

Sprache: obere Zeile, untere Zeile, wegnehmen, der Zehnerblock

Begriffsbildung „Kraft der 5“*: $10 = 5 + 5 \rightarrow$ Bei 11 denke ich an $5 + 5 + 1$ usw.

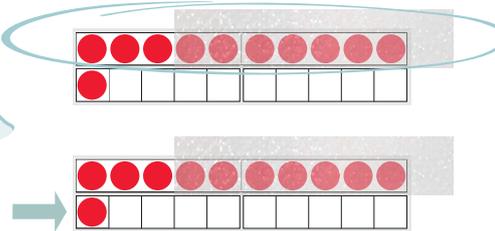
- Handlung:**
- Eine Rechenkarte mit - 5 wird aufgelegt, die Aufgabe notiert, z.B. $13 - 5$:
Das Kind legt mit den Punktstreifen die Menge 13 in der Blockdarstellung* ins Zwanzigerfeld.
Durch die Blockdarstellung* liegen in der oberen Zeile 5 und 3 Punkte und in der unteren Zeile 5 Punkte.
Mit dem Abdeckstreifen werden 5 Punkte abgedeckt. Rechnung und Ergebnis werden gesagt und aufgeschrieben.
 - Ebenso kann eine Aufgabe mit „= 5“ (z.B. $13 - 8$) gelegt und berechnet werden.
 - Weitere Aufgaben werden auf dieselbe Weise gelöst. Die Rechnungen werden auf der Eins-minus-Eins-Tafel* gekennzeichnet und die Rechenstrategie „Kraft der 5“* wiederholt.

So kann es WEITER gehen!  • Analogieaufgaben im Zahlenraum 100 ($43 - 5$, $43 - 8$)

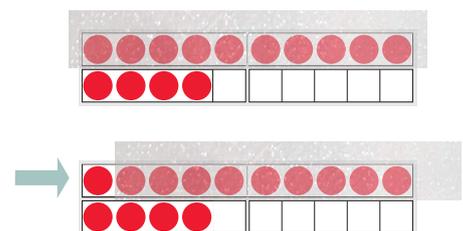
Unterschreitung – Zehnergrenze (11- __ , __ - 9)

FÖRDERUNG ZR 20/30

11 - 7
Ich denke an
10 - 7
und eins dazu.



14 - 9
Ich denke an
14 - 10
und eins dazu.



Wichtiges Wissen

Mit dem Verständnis der Nachbaraufgaben* können Unterschreitungen mit 11- __ und __ - 9 ohne Zählen gelöst werden.

11 - 7 Hilfsaufgabe: $10 - 7 = 3$

14 - 9 Hilfsaufgabe: $14 - 10 = 4$

Rechnungen mit diesen Strategien sind in der Eins-minus-Eins-Tafel* vorwiegend hellblau gefärbt.

Stolpersteine vermeiden

Nachbaraufgaben bei Minusaufgaben [ZR10/39](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Die Strategien für Aufgaben zur Zehnergrenze* müssen handelnd und sprachlich erarbeitet werden.

Selbst wenn nur mehr die Rechnung angeboten wird, soll vom Kind beschrieben werden, wie es denkt bzw. welche Rechnung bei dieser Aufgabe hilft und warum.

Unterschreitung – Zehnernähe (11- __ , __ - 9)

FÖRDERUNG ZR 20/30

So kann es gehen!

Material: Zwanzigerfeld, Punktestreifen, Abdeckstreifen, Kopie der Eins-minus-Eins-Tafel (schwarz/weiß), Papier und Stift, hellblaue Rechenkarten der Eins-minus-Eins-Tafel* (11- __ bzw. __ - 9)

Sprache: erste Zahl, zweite Zahl, um eins mehr, um eins dazu, das Ergebnis
Begriffsklärung Zehnernähe*: Ich denke an die Aufgabe mit 10.

- Handlung:**
- Eine Rechenkarte mit 11- __ wird aufgelegt, die Aufgabe (z.B. 11-7) im Zwanzigerfeld gelegt (lineare Darstellung* in diesem Fall verständlicher).
7 Punkte werden von rechts beginnend am Zehner abgedeckt. Das Ergebnis kann mit einem Blick abgelesen werden.
 - Die Aufgabe 11- 8 wird notiert und nur aus der Vorstellung gelöst.
L: „Welche Rechnung hilft dir dabei?“, K: „Ich denke an 10 - 8 und dann um eins mehr.“
 - Eine Rechenkarte mit __ - 9 wird aufgelegt (z.B. 14 - 9).
Es werden 14 Punkte ins Zwanzigerfeld gelegt (lineare Darstellung*).
Der Zehnerstreifen wird abgedeckt, die Rechnung dazugesagt (14 -10) und das Ergebnis genannt.
Anschließend wird mit dem Abdeckstreifen die Rechnung 14 - 9 gezeigt und das Ergebnis genannt.
 - Die Aufgabe 15 - 9 wird notiert und nur aus der Vorstellung gelöst:
L: „Welche Rechnung hilft dir dabei?“, K: „Ich denke an 15 - 10 und dann um eins mehr.“

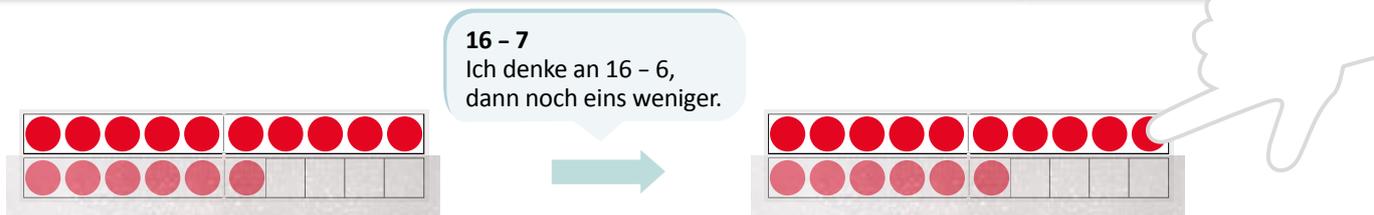
Variante:

- Auf der Eins-minus-Eins-Tafel* werden weitere Aufgaben mit 11 - __ oder __ - 9 gekennzeichnet, notiert und gelöst.
Manche Aufgaben können mit Hilfe verschiedener Strategien gelöst werden: z.B. 18 - 9 (Halbieren oder Zehnernähe*).

So kann es WEITER gehen!  • Analogieaufgaben* im Zahlenraum 100 (41-7, 63-9)

Unterschreitung – Zehnernähe (Ergebnis 9) und Nachbaraufgaben

FÖRDERUNG ZR 20/31



Wichtiges Wissen

Mit dem Verständnis der Nachbaraufgaben* können Unterschreitungen mit dem Ergebnis 9 (z.B. 16 - 7) ohne Zählen gelöst werden.

Rechnungen mit dieser Strategie sind in der Eins-minus-Eins-Tafel* vorwiegend hellblau gefärbt.

Die Aufgaben 13 - 6, 13 - 7, 15 - 7, 15 - 8 sind Nachbaraufgaben* von Halbierungen und können auch mit Hilfe der Umkehraufgaben* gelöst werden. Rechnungen mit dieser Strategie sind in der Eins-minus-Eins-Tafel* rosa gefärbt.

Stolpersteine vermeiden

Nachbaraufgaben* bei Minusaufgaben [ZR10/39](#)

Unterschreitung – Halbieren [ZR20/28](#)

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Die Strategien für die oben genannten Aufgaben müssen handelnd und sprachlich erarbeitet werden.

Selbst wenn nur mehr die Rechnung angeboten wird, soll vom Kind beschrieben werden, wie es denkt bzw. welche Rechnung bei dieser Aufgabe hilft und warum.

So kann es gehen!

Material: Zwanzigerfeld, Punkttestreifen, Abdeckstreifen, Papier und Stift, hellblaue und rosa Rechenkarten der Eins-minus-Eins-Tafel*:
(Ergebnis 9: $11 - 2$, $12 - 3$, $13 - 4$, $15 - 6$, $16 - 7$, $17 - 8$ / Nachbaraufgaben* vom Halbieren: $13 - 6$, $13 - 7$, $15 - 7$, $15 - 8$)

Sprache: erste Zahl, zweite Zahl, um eins mehr/weniger, das Ergebnis

Begriffsbildung „Nachbaraufgaben“*: Die erste/zweite Zahl der Rechnung ist jetzt um eins mehr/weniger.

- Handlung:**
- Eine hellblaue Rechenkarte mit dem Ergebnis 9, z.B. $16 - 7$, wird aufgelegt.
16 Punkte werden im Zwanzigerfeld gelegt (lineare Darstellung* in diesem Fall verständlicher).
 $16 - 6$ wird mit dem Abdeckstreifen gezeigt und das Ergebnis genannt.
Anschließend wird die Rechnung $16 - 7$ gezeigt, indem ein Punkt noch zusätzlich mit dem Finger abgedeckt wird.
 - Die Aufgabe $17 - 8$ wird notiert und nur aus der Vorstellung gelöst.
L: „Welche Rechnung hilft dir dabei?“ K: „Ich denke an $17 - 7$ und dann nehme ich noch eins weg.“
 - Eine rosa Rechenkarte, z.B. $13 - 6$, wird aufgelegt.
„Ich denke an $12 - 6$.“ (Nachbaraufgabe* vom Halbieren) / Oder: *„Ich denke an $6 + 7$.“*
 - Mit den restlichen Rechenkarten genauso verfahren und hilfreiche Rechenstrategien notieren.

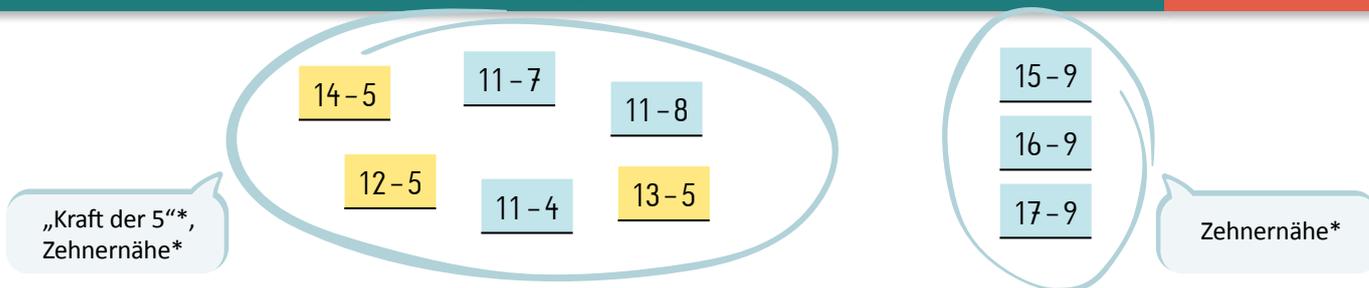
So kann es WEITER gehen!



- Analogieaufgaben* im Zahlenraum 100 ($46 - 7$, $45 - 7$)

Anwenden von Rechenstrategien bei der Unterschreitung

FÖRDERUNG ZR 20/32



„Kraft der 5“*,
Zehnergänge*

Zehnergänge*

Wichtiges Wissen

Unterschreitungen werden automatisiert, indem das Kind zu Aufgaben die passende Rechenstrategie* finden kann:

„Was fällt dir auf?“ „Wie kannst du rechnen?“

Alle Unterschreitungen können mit den erarbeiteten Rechenstrategien gelöst werden, bis auf folgende vier Aufgaben: 12 - 8, 12 - 4, 14 - 6, 14 - 8. Diese Rechnungen sind in der Eins-minus-Eins-Tafel* weiß gefärbt.

Stolpersteine vermeiden

Rechenstrategien* zu den Unterschreitungen sind erarbeitet und geübt:

Halbieren [ZR20/28](#), „Kraft der 5“* [ZR20/29](#), Zehnergänge* (11 - __, __ - 9) [ZR20/30](#), Zehnergänge* (Ergebnis 9, Nachbaraufgaben*) [ZR20/31](#).

Denkprozesse anregen – mathematisches Verständnis mit Material und Sprache entwickeln

Denkprozesse von Rechenstrategien* mit Hilfe von selbst erstellten Karteikarten automatisieren.

Eine Rechnung wird auf eine Karteikarte Größe A7 notiert. Auf der Rückseite wird aufgeschrieben, mit welcher Rechenstrategie* die Aufgabe berechnet wird oder welche Aufgabe helfen kann (z.B. Vorderseite 14 - 7, Rückseite 7 + 7 / Vorderseite: 14 - 9, Rückseite 14 - 10). Diese Karten sollen mit dem Kind gemeinsam erarbeitet und zum regelmäßigen Üben verwendet werden.

So kann es gehen!

Material: schwarz/weiße Rechenkarten mit Unterschreitungen der Eins-minus-Eins-Tafel*, Eins-minus-Eins-Tafel (färbig), Papier und Stift

Sprache: Halbieren, „Kraft der 5“*, Zehnernähe*, Nachbaraufgaben*

Was fällt dir auf? Wie kannst du rechnen? Welche Rechnung hilft dir?

Handlung: • Aufgaben zu zwei verschiedenen Rechenstrategien* werden von der Lehrperson aufgelegt: „*Was fällt dir auf?*“

Das Kind beschreibt diese und sortiert die Aufgaben nach den Rechenstrategien*.

- Bei den Rechenkarten der **vier Aufgaben** $12 - 4$, $12 - 8$, $14 - 6$, $14 - 8$ wird mit dem Kind gemeinsam überlegt, welche Aufgaben bei der Lösung helfen können:

$$12 - 4 \rightarrow 12 - 5 \text{ oder } 12 - 2 - 2$$

$$12 - 8 \rightarrow 12 - 10, 10 - 8$$

$$14 - 6 \rightarrow 15 - 6, 14 - 5$$

$$14 - 8 \rightarrow 14 - 10, 15 - 8$$

- Beziehungen von Rechnungen zueinander entdecken:

Die Lehrperson notiert: $12 - 9$, $13 - 9$, $14 - 9$ „*Finde die nächste mögliche Aufgabe!*“ ($15 - 9$)

Variante: • Es gibt auch andere Möglichkeiten, nach denen sortiert werden kann (siehe Eins-minus-Eins-Tafel* in Farbe).

Manche Rechnungen passen zu mehreren Rechenstrategien*.

So kann es WEITER gehen!



- Schöne Päckchen* selber finden

Glossar

Additionsverständnis

Die Addition ist als Hinzufügen, Zusammenfassen und Vergleichen zu verstehen:

- Hinzufügen: „*Ich habe 3 Plättchen und bekomme 2 Plättchen dazu. Wie viele Plättchen habe ich **jetzt**?*“
- Zusammenfassen: „*Ich habe 5 Plättchen. Du hast 3 Plättchen. Wie viele Plättchen haben wir **zusammen**?*“
- Vergleichen: „*Ich habe 4 Plättchen. Du hast **um 2 Plättchen mehr**. Wie viele Plättchen hast du?*“

Analogieaufgaben

Analogieaufgaben sind Aufgabenstellungen, die von einem kleineren Zahlenraum in einen größeren Zahlenraum übertragen werden bzw. umgekehrt, z.B. $5+3=8$ / $15+3=18$, aber auch $50+30=80$.

Blitzübung

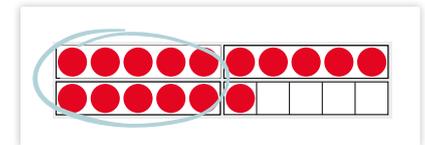
Eine Aufgabe wird kurz gezeigt und soll ohne zu zählen gelöst werden.

Vergleiche → „Quasi-Simultanerfassung“

Blockdarstellung im Zwanzigerfeld

Die zwei Fünfpunktestreifen auf der linken Seite werden als Zehnerblock gesehen.

Vergleiche → Lineare Darstellung im Zwanzigerfeld



Dekadischer Aufbau

Zehn Elemente eines Stellenwerts sind gleich viel wert wie ein Element des nächst größeren Stellenwerts:

z.B. 10 Einer = 1 Zehner, 10 Zehner = 1 Hunderter, ...

Das Verständnis der 10er-Bündelung ($10\text{ E} = 1\text{ Z}$) und des Aufbrechens der einzelnen Einheiten ($1\text{ Z} = 10\text{ E}$) ist eine Grundvoraussetzung für sicheres Rechnen.

Glossar

Eins-minus-Eins-Tafel

An der Eins-minus-Eins-Tafel können mehrere mathematische Strukturen verdeutlicht werden:

- alle Aufgaben im Zahlenraum 10
- alle Unterschreitungen im Zahlenraum 20
- Tauschaufgaben
- Aufgaben und ihre Rechenstrategien:
 - Aufgaben mit 0 bzw. 10 oder dem Ergebnis 0 bzw. 10 (dunkelgrün)
 - Aufgaben mit -1 oder als Ergebnis 1 (hellgrün)
 - Aufgaben mit -2 oder als Ergebnis 2 (grün)
 - Halbieren (rot)
 - Nachbaraufgaben zu Halbierungsaufgaben (rosa)
 - Aufgaben mit -5 oder als Ergebnis 5 (gelb)
 - Aufgaben $5- _ _$ (mittelblau)
 - Aufgaben $10- _ _$ (dunkelblau)
 - Nachbaraufgaben von 10 (hellblau)
 - Nachbaraufgaben zu anderen Rechenstrategien (weiß)

0-0	1-0	2-0	3-0	4-0	5-0	6-0	7-0	8-0	9-0	10-0
1-1	2-1	3-1	4-1	5-1	6-1	7-1	8-1	9-1	10-1	11-1
2-2	3-2	4-2	5-2	6-2	7-2	8-2	9-2	10-2	11-2	12-2
3-3	4-3	5-3	6-3	7-3	8-3	9-3	10-3	11-3	12-3	13-3
4-4	5-4	6-4	7-4	8-4	9-4	10-4	11-4	12-4	13-4	14-4
5-5	6-5	7-5	8-5	9-5	10-5	11-5	12-5	13-5	14-5	15-5
6-6	7-6	8-6	9-6	10-6	11-6	12-6	13-6	14-6	15-6	16-6
7-7	8-7	9-7	10-7	11-7	12-7	13-7	14-7	15-7	16-7	17-7
8-8	9-8	10-8	11-8	12-8	13-8	14-8	15-8	16-8	17-8	18-8
9-9	10-9	11-9	12-9	13-9	14-9	15-9	16-9	17-9	18-9	19-9
10-10	11-10	12-10	13-10	14-10	15-10	16-10	17-10	18-10	19-10	20-10

Einigen Aufgaben können mehrere Rechenstrategien zugeordnet werden.

Glossar

Eins-plus-Eins-Tafel

An der Eins-plus-Eins-Tafel können mehrere mathematische Strukturen verdeutlicht werden:

- alle Aufgaben im Zahlenraum 10
- alle Überschreitungen im Zahlenraum 20
- Tauschaufgaben
- Aufgaben und ihre Rechenstrategien:
 - Aufgaben mit 0 und 10 (dunkelgrün)
 - Aufgaben mit 1 (hellgrün)
 - Aufgaben mit 2 (grün)
 - Verdoppeln (rot)
 - Verdoppeln + 1 (rosa)
 - Aufgaben mit 5 (gelb)
 - Aufgaben Zerlegung von 5 (mittelblau)
 - Aufgaben Zerlegung von 10 (dunkelblau)
 - Nachbaraufgaben von 10 (hellblau)
 - Nachbaraufgaben von +5 mit Überschreitung (weiß)

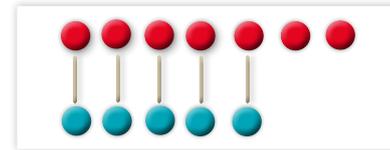
0+0	0+1	0+2	0+3	0+4	0+5	0+6	0+7	0+8	0+9	0+10
1+0	1+1	1+2	1+3	1+4	1+5	1+6	1+7	1+8	1+9	1+10
2+0	2+1	2+2	2+3	2+4	2+5	2+6	2+7	2+8	2+9	2+10
3+0	3+1	3+2	3+3	3+4	3+5	3+6	3+7	3+8	3+9	3+10
4+0	4+1	4+2	4+3	4+4	4+5	4+6	4+7	4+8	4+9	4+10
5+0	5+1	5+2	5+3	5+4	5+5	5+6	5+7	5+8	5+9	5+10
6+0	6+1	6+2	6+3	6+4	6+5	6+6	6+7	6+8	6+9	6+10
7+0	7+1	7+2	7+3	7+4	7+5	7+6	7+7	7+8	7+9	7+10
8+0	8+1	8+2	8+3	8+4	8+5	8+6	8+7	8+8	8+9	8+10
9+0	9+1	9+2	9+3	9+4	9+5	9+6	9+7	9+8	9+9	9+10
10+0	10+1	10+2	10+3	10+4	10+5	10+6	10+7	10+8	10+9	10+10

Einigen Aufgaben können mehrere Rechenstrategien zugeordnet werden.

Glossar

Eins-zu-Eins-Zuordnung

Beim Vergleichen von zwei Mengen wird jedem Element einer Menge genau ein Element der anderen Menge zugeordnet. Derselbe Vorgang passiert beim Zählprozess: jedem Element einer Menge wird ein Zahlwort zugeordnet.

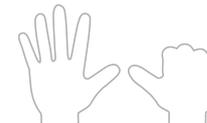
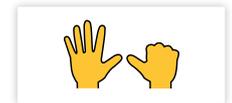


Fingerbilder

Mengen werden mit Hilfe der Fingerbilder (bzw. Fingerbildkarten) und „Kraft der 5“ dargestellt, z.B. $5+1=6$.

Die Finger werden spontan gezeigt und nicht einzeln hochgezählt. Die Fingerbilder und ihre Handzerlegungen bilden die Basis zum nicht zählenden Rechnen.

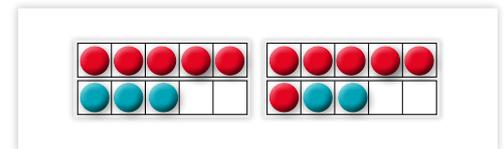
Fingerbildkarte



Fingerbild

„Gegensinniges Verändern“

Wenn ein Element einer Teilmenge zur anderen Teilmenge gegeben wird, wird eine Teilmenge um eins kleiner und die andere Teilmenge wird um eins größer. Die Gesamtmenge bleibt gleich, z.B. $5+3 \rightarrow 6+2$.



Handzerlegungen

Handzerlegungen (z.B. Zahlzerlegungen $5=3+2$ / $5+3=8$ / $8+2=10$) werden mit Hilfe der Fingerbilder verdeutlicht. Der Blick wird nicht nur auf die ausgestreckten, sondern auch auf die eingeklappten Finger gelenkt („Blick auf Zehn“).

Glossar

Kardinalzahl

Die Kardinalzahl (das Zahlwort) gibt an, aus wie vielen Elementen die Menge besteht: „*Hier sind fünf Plättchen.*“ (= Antwort auf die Frage: „*Wie viele Plättchen sind es?*“) Vergleiche → Ordinalzahl

Konstanz der Menge

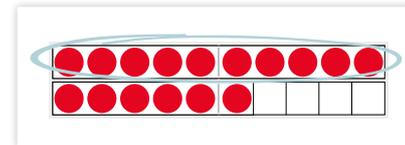
Die Anzahl der Elemente einer Menge bleibt gleich, unabhängig von Anordnung, Größe und Abstand zueinander.

„Kraft der 5“

Auf einen Blick wird die Menge 5 „quasi-simultan“ erfasst. Dadurch können strukturierte Mengen ohne Zählen bestimmt und eine Rechnung ohne Zählen gelöst werden, z.B. $5 + 2$, $7 - 5$.

Lineare Darstellung im Zwanzigerfeld

Der Zehner wird als ein Zehnerstreifen (10 in einer Reihe) gesehen.
Vergleiche → Blockdarstellung im Zwanzigerfeld



Nachbaraufgaben

- im Zahlenraum 10 z.B. $3 + 3 \rightarrow 3 + 4$
- im Zahlenraum 20 z.B. $5 + 8 \rightarrow 6 + 8$

Nicht zählendes Rechnen

Unterschiedliche Rechenstrategien werden verwendet, um das Ergebnis rechnerisch mit mathematischem Verständnis und nicht zählend zu ermitteln.

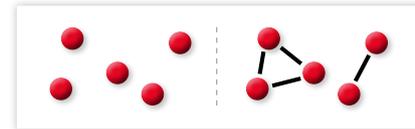
Glossar

Ordinalzahl

Die Ordinalzahl gibt an, welches Element einer geordneten Menge gemeint ist: „*Das fünfte Plättchen ist rot.*“ (= Antwort auf die Frage: „*Das wievielte Plättchen ist das?*“) Vergleiche → Kardinalzahl

„Quasi-Simultanerfassung“ einer Menge

Unstrukturierte Mengen ab 4 bzw. 5 werden visuell in bekannte Teilmengen gegliedert/strukturiert und auf einen Blick erfasst, indem die Teilmengen addiert werden. Diese Fertigkeit wird auch bei der Anzahlbestimmung im Zehner- bzw. Zwanzigerfeld genutzt.

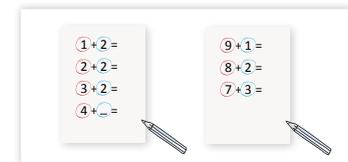


Rechenstrategien

Mit Hilfe von Rechenstrategien werden Rechnungen mit mathematischem Verständnis und nicht zählend gelöst (z.B. Handzerlegungen, Tauschaufgaben, Umkehraufgaben, Nachbaraufgaben, Analogieaufgaben, Zehnerzerlegung). Wenn diese Strategien abgesichert sind, können sie als Kernaufgaben für Ableitungen genutzt werden (z.B. Nachbaraufgaben und Analogieaufgaben).

„Schöne Päckchen“ – Muster bei Aufgaben

Ein „schönes Päckchen“ ist eine Gruppe von Rechnungen, die miteinander in Beziehung stehen. Das Muster soll erkannt und beschrieben werden (farbliche Unterstützung siehe Bild). „Schöne Päckchen“ können auch fortgesetzt oder selber erfunden werden. Sie können auch eine Aufgabe enthalten, die nicht zu dem Muster passt und als solche erkannt werden soll.



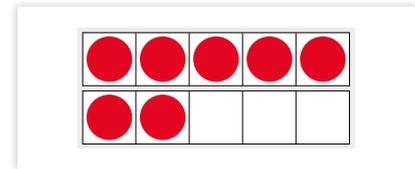
Glossar

Stellenwertsystem

Einer, Zehner, Hunderter usw. werden als Stellenwert bezeichnet. Eine Zahl besteht aus Ziffern. Je nachdem an welcher Stelle die Ziffer steht, hat sie einen anderen Stellenwert: z.B. $11 = 1Z$ und $1E$.

Strukturierte Mengen

Mengen ab 5 werden mit strukturierten Materialien (Fingerbilder, Zehnerfeld, Zwanzigerfeld) dargestellt, um die „Quasi-Simultanerfassung“ zu unterstützen und das Zählen zu vermeiden. Das Erfassen von strukturierten Mengen ist die Voraussetzung, um Rechenstrategien anwenden zu können.



Subtraktionsverständnis

Die Subtraktion ist als Wegnehmen, Ergänzen und Vergleichen zu verstehen.

Abziehen: „*Ich habe 7 Plättchen. Ich nehme 3 Plättchen weg. Wie viele Plättchen habe ich **jetzt?***“

Ergänzen: „*Ich habe 3 Plättchen. Ich möchte 5 Plättchen haben. Wie viele Plättchen **fehlen mir noch?***“

Vergleichen: „*Ich habe 8 Plättchen. Du hast 5 Plättchen. **Um** wie viele Plättchen hast du **weniger?***“

Tauschaufgabe

z.B. $5 + 1 = 1 + 5$ (Kommutativgesetz)

Das Vertauschungsgesetz gilt nur bei der Addition und bei der Multiplikation.

Das Ergebnis bleibt gleich, auch wenn die beiden Summanden bei der Addition bzw. die beiden Faktoren bei der Multiplikation vertauscht werden.

Glossar

„Teil-Ganzes-Prinzip“

Eine Menge wird in Teilmengen gegliedert.

Die Summe der Teilmengen ergibt das Ganze. (z.B. $5=4+1$, $5=2+2+1$, $13=10+3$, $13=5+5+3$)

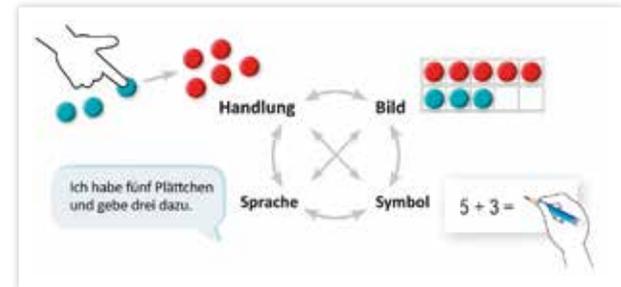
Umkehraufgaben

Addition und Subtraktion werden miteinander in Beziehung gesetzt: z.B. $7+3=10 \rightarrow 10-3=7$

„Zuerst gebe ich ___ dazu. Dann nehme ich gleich viele wieder weg.“

„Übersetzungen“

„Übersetzungen“ sind der Wechsel und das Verknüpfen verschiedener Darstellungsformen. So wird mathematisches Verständnis aufgebaut und vertieft. Ausgangspunkt dieser „Übersetzungen“ soll immer wieder eine andere Darstellungsform sein.



Zehnernähe – Aufgaben in der Nähe von 10

Nachbaraufgaben von Zehnerzerlegungen oder von Aufgaben mit 10, z.B.:

$$8+3 \rightarrow 8+2$$

$$11-7 \rightarrow 10-7$$

$$14-9 \rightarrow 14-10$$

Zehnerzerlegung – Zehnersumme („Zehnerfreunde“)

Bei der Zehnerzerlegung ergeben zwei bestimmte Teilmengen zusammen immer 10: z.B. $6+4=10$

Auf dieses Wissen wird auch bei der Subtraktion zurückgegriffen: z.B. $10-4=6$

Literaturverzeichnis

- Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus (2018): Kinder mit besonderen Schwierigkeiten beim Rechnenlernen. So unterstützen Lehrkräfte in der Grundschule. München: Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus
Online: www.isb.bayern.de › materialien › rechenschwierigkeiten (letzter Zugriff: 30.05.2021)
- Bildungsministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (2019): Die schulische Behandlung der Rechenschwäche. Eine Handreichung. Wien: Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung
- Chaudhuri Ursula (2009): Mit Fehlern rechnen: Fehlerhafte Rechenstrategien erkennen – individuelle Lösungswege finden. Donauwörth: Auer
- Fritz Annemarie, Schmidt Siegbert, Ricken Gabi (Hrsg.) (2017): Handbuch Rechenschwäche. Lernwege, Schwierigkeiten und Hilfen bei Dyskalkulie. Weinheim: Beltz
- Gaidoschik Michael (2007): Rechenschwäche vorbeugen. 1. Schuljahr: Vom Zählen zum Rechnen. Wien: öbvht
- Gaidoschik Michael (2008): Rechenschwäche – Dyskalkulie: Eine unterrichtspraktische Einführung für Lehrer/-innen und Eltern (1. bis 4. Klasse). Hamburg: Persen
- Gerster Hans-Dieter, Schlutz Rita (2004): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. Freiburg im Breisgau: Pädagogische Hochschule Freiburg. Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken
Online: phfr.bsz-bw.de › files › gerster (letzter Zugriff: 30.05.2021)
- Götzte Daniela (2015): Sprachförderung im Mathematikunterricht. Berlin: Cornelsen
- Götzte Daniela, Hang Evelyn (2017): Das Zahlenbuch. Förderkommentar Sprache zum 1. Schuljahr. Stuttgart, Leipzig: Klett
- Götzte Daniela, Selter Christoph, Zannetin Elena (2019): Das KIRA-Buch: Kinder rechnen anders. Verstehen und Fördern im Mathematikunterricht. Hannover: Klett, Kallmeyer
- Häsel-Weide Uta, Moser Opitz Elisabeth (2013): Ablösung vom zählenden Rechnen. Seelze: Kallmeyer
- Häsel-Weide Uta, Nührenberger Marcus (2017): Das Zahlenbuch. Förderkommentar Lernen zum 1. Schuljahr. Stuttgart, Leipzig: Klett
- Lorenz Jens Holger (2016): Kinder begreifen Mathematik. Frühe mathematische Bildung und Förderung. Stuttgart: Kohlhammer

Literaturverzeichnis

- Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Wissenschaft (2019): Auf dem Weg zum denkenden Rechnen. Anregungen für die Diagnose und Förderung von Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwierigkeiten. Berlin: iMINT Akademie, Sinus Grundschule
Online: bildungsserver.berlin-brandenburg.de › Materialien zum Download › Diagnose und Förderkartei (letzter Aufruf: 30.05.2021)
- Scherer Petra, Moser Opitz Elisabeth (2012): Fördern im Mathematikunterricht der Primarstufe. Bielefeld: Spektrum Akademischer Verlag
- Selter Christoph, Zannetin Elena (2019): Mathematik unterrichten in der Grundschule. Inhalte – Leitideen – Beispiele. Seelze: Kallmeyer
- Wittmann Erich Ch., Müller Gerhard N. (2017): Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1. Vom Einspluseins zum Einmaleins. Leipzig, Stuttgart, Düsseldorf: Klett

Web-Links:

- Das Recheninstitut zur Förderung mathematischen Denkens: www.recheninstitut.at (letzter Zugriff 30.05.2021)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: kira.dzlm.de (letzter Zugriff 30.05.2021)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: pikas.dzlm.de (letzter Zugriff 30.05.2021)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: primakom.dzlm.de (letzter Zugriff 30.05.2021)
- Deutsches Zentrum für Lehrerbildung Mathematik: mahiko.dzlm.de (letzter Zugriff 30.05.2021)
- Mathematische Institute zur Behandlung der Rechenschwäche / Dyskalkulie:
www.rechenschwaech.de/Kopf_und_Zahl/Kopf_und_Zahl_Ueberblick.html (letzter Zugriff 30.05.2021)

20





Die Mathematik-Förderkartei steht unter
<https://europabuero.wien/startboxmathematik>
als Download zur Verfügung.

